Enseignements secondaire et supérieur

Classe préparatoire scientifique d'adaptation de techniciens supérieurs

Objectifs de formation et le programme de la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle

NOR : MENS1506091A
arrêté du 5-5-2015 - J.O. du 5-6-2015
MENESR - DGESIP A1-2

Vu code de l'éducation, notamment articles D. 612-19 à D. 612-29 ; arrêté du 23-11-1994 modifié, notamment article 5 ; arrêté du 10-2-1995 modifié ; arrêté du 23-3-1995 ; arrêtés du 7-1-1998 ; avis du CSE du 10-4-2015 ; avis du Cneser du 13-4-2015

Article 1 - Les objectifs de formation et le programme de la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle sont fixés respectivement aux annexes 1 (mathématiques), 2 (informatique), 3 (physique), 4 (sciences industrielles de l'ingénieur), 5 (français et philosophie) et 6 (langues vivantes étrangères) du présent arrêté.

Article 2 - Les dispositions du présent arrêté entrent en vigueur à compter de la rentrée universitaire 2015.

Article 3 - L'arrêté du 7 janvier 1998 modifié définissant les objectifs de formation et le programme de la classe de technologie industrielle pour techniciens supérieurs (ATS) est abrogé.

Article 4 - La directrice générale de l'enseignement scolaire et la directrice générale de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle sont chargées, chacune en ce qui la concerne, de l'exécution du présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française.

Fait le 5 mai 2015

Pour la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
La directrice générale de l'enseignement scolaire,
Florence Robine

Pour la ministre de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche
et par délégation,
pour la directrice générale de l'enseignement supérieur et de l'insertion professionnelle,
Le chef de service de la stratégie des formations et de la vie étudiante
Rachel-Marie Pradeilles-Duval

Annexe 1

Objectifs de formation et programme de la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle

Annexe 2

Objectifs de formation et programme d'informatique de la classe préparatoire scientifique d'ATS ingénierie industrielle

I - Objectifs de formation

1. Généralités

L'informatique, omniprésente dans les différentes sphères de l'entreprise, de la recherche, des services, de la culture et des loisirs, repose sur des mécanismes fondamentaux devant être maîtrisés par les futurs ingénieurs, enseignants et chercheurs qui auront à s'en servir pour agir en connaissance de cause dans leur vie professionnelle.
La rapide évolution des outils informatiques et des sciences du numérique dans tous les secteurs de l'ingénierie (industrielle, logicielle et des services) et de la recherche rend indispensable un enseignement de l'informatique spécifiquement conçu pour l'étudiant de CPGE scientifiques. Celui-ci devra pouvoir dans sa vie professionnelle communiquer avec les informaticiens de son entreprise ou de son laboratoire, participer aux prises de décision en matière de systèmes d'information, posséder des connaissances de base nécessaires à la compréhension des défaillances et des risques informatiques, ainsi que des solutions permettant d'y remédier, et exploiter à bon escient les résultats de calculs numériques. Pour ce faire, il devra comprendre des concepts tels que la précision numérique, la faisabilité, l'efficacité, la qualité et les limites de solutions informatiques, ce qui requiert une certaine familiarité avec les architectures matérielles et logicielles, les systèmes d'exploitation, le stockage des données et les réseaux. Cette diversité d'exigences impose une formation à la fois fondamentale et appliquée.
Au niveau fondamental, on se fixe pour objectif la maîtrise d'un certain nombre de concepts de base, et avant tout, la conception rigoureuse d'algorithmes et le choix de représentations appropriées des données. Ceci impose une expérience pratique de la programmation et de la manipulation informatique de données, notamment d'origine expérimentale ou industrielle, et parfois disponibles en ligne.
Au niveau des applications, la rapidité d'évolution des technologies logicielles et matérielles renforce l'intérêt de présenter des concepts fondamentaux pérennes sans s'attacher outre mesure à la description de technologies, protocoles ou normes actuels. En revanche, la formation s'attachera à contextualiser le plus souvent possible les activités pratiques en s'appuyant sur les autres disciplines scientifiques : physique, mathématiques, sciences industrielles de l'ingénieur.

2. Compétences visées

Cet enseignement doit permettre de développer les compétences suivantes :

Analyser et modéliser	un problème, une situation ;
Imaginer et concevoir	une solution algorithmique modulaire, utilisant des méthodes de programmation, des structures de données appropriées pour le problème étudié ;
Traduire	un algorithme dans un langage de programmation moderne et généraliste ;
Spécifier	rigoureusement les modules ou fonctions ;
Évaluer, contrôler, valider	des algorithmes et des programmes ;
Communiquer	à l'écrit ou à l'oral, une problématique, une solution ou un algorithme, une documentation.

L'étude et la maîtrise de quelques algorithmes fondamentaux, l'utilisation de structures de données adaptées et l'apprentissage de la syntaxe du langage de programmation choisi permettent de développer des méthodes (ou paradigmes) de programmation appropriés, fiables et efficaces : programmation impérative, approche descendante, programmation structurée, utilisation de bibliothèques logicielles, documentation des programmes en vue de leur réutilisation et possibles modifications ultérieures.
La pratique régulière de la résolution de problèmes par une approche algorithmique et des activités de programmation qui en résultent constitue un aspect essentiel de l'apprentissage de l'informatique. Il est éminemment souhaitable que les exemples choisis ainsi que certains exercices d'application soient directement inspirés par les enseignements de physique, de mathématiques, et de sciences industrielles de l'ingénieur.

3. Outil employé

L'enseignement se fonde sur un outil de programmation (langage et bibliothèques) basé sur un langage interprété largement répandu et à source libre. Au moment de la conception de ce programme, l'outil sélectionné est Scilab. Les travaux pratiques conduiront à éditer et manipuler fréquemment des codes sources et des fichiers. Les étudiants doivent être familiarisés avec les tâches de création d'un fichier source, d'édition d'un programme, de gestion des fichiers, d'exécution et d'arrêt forcé d'un programme. Cet outil de calcul scientifique est utilisé en lien avec l'étude des problèmes de simulation. Son étude n'est pas une fin en soi et n'est pas un attendu du programme. Des textes réglementaires ultérieurs pourront mettre à jour ce choix en fonction des évolutions et des besoins.

II - Programme

1. Architectures matérielles

a) Présentation du système informatique utilisé et éléments d'architecture des ordinateurs

Une ou deux séances introductives seront consacrées à présenter et à familiariser les étudiants :
- aux principaux composants d'une machine numérique telle que l'ordinateur personnel, une tablette, etc. : sources d'énergie, mémoire vive, mémoire de masse, unité centrale, périphériques d'entrée-sortie, ports de communication avec d'autres composants numériques (aucune connaissance particulière des composants cités n'est cependant exigible) ;
- à la manipulation d'un système d'exploitation (gestion des ressources, essentiellement : organisation des fichiers, arborescence, droits d'accès, de modification, entrées/sorties) ; à la manipulation d'un environnement de développement.

La principale capacité développée dans cette partie de la formation est de manipuler en mode « utilisateur » les principales fonctions d'un système d'exploitation et d'un environnement de développement.

b) Représentation des nombres et conséquences

Il s'agit de familiariser les étudiants avec les problèmes liés à la représentation finie des nombres et à la discrétisation des modèles numériques. Les calculatrices peuvent servir de support d'étude de ces questions.

Contenus	Précisions et commentaires
Principe de la représentation des nombres entiers en mémoire.	On introduit ou rappelle brièvement le principe des représentations binaire et hexadécimale ainsi que leurs limites.
Principe de la représentation des nombres réels en mémoire.	On se limite à la définition de l'écriture en virgule flottante normalisée et on explique le codage d'un nombre réel en général sans entrer dans les cas particuliers comme les non-nombres « not a number » ou les infinis.
Conséquences de la représentation limitée des nombres réels en machine.	On illustre, sur des exemples simples, pouvant être illustrés au moyen d'une calculatrice, les phénomènes de dépassement de capacité (ou « overflow ») de séquences de calculs conduisant à des résultats faux et erreurs d'arrondis. On illustre aussi le problème de la comparaison à zéro, par exemple dans une équation du second degré.

Les principales capacités développées dans cette partie de la formation sont :
- appréhender les limitations intrinsèques à la manipulation informatique des nombres ;
- initier un sens critique au sujet de la qualité et de la précision des résultats de calculs numériques sur ordinateur.

2. Algorithmique et programmation

a) Algorithmique

Les compétences en matière d'algorithmique et de programmation étant profondément liées, il est souhaitable que ces deux sujets soient abordés de concert, même si pour des raisons de clarté d'exposition ils sont ici séparés.
L'introduction à l'algorithmique contribue à apprendre à l'étudiant à analyser, à spécifier et à modéliser de manière rigoureuse une situation ou un problème. Cette démarche algorithmique procède par décomposition en sous-problèmes et par affinements successifs. L'accent étant porté sur le développement raisonné d'algorithmes, leur implantation dans un langage de programmation n'intervient qu'après une présentation organisée de la solution algorithmique, indépendante du langage choisi.
La notion de complexité temporelle des algorithmes est introduite de manière expérimentale sur des exemples simples.
Pour faire mieux comprendre la notion d'algorithme et sa portée universelle, on s'appuie sur un petit nombre d'algorithmes simples, classiques et d'usage universel, que les étudiants doivent savoir expliquer et programmer, voire modifier selon les besoins et contraintes des problèmes étudiés.

Contenus	Précisions et commentaires

Recherche dans une liste, recherche du maximum dans une liste de nombres, calcul de la moyenne et de la variance.	
Recherche par dichotomie dans un tableau trié. Recherche par dichotomie du zéro d'une fonction continue et monotone.	Les questions de précision du calcul sont en lien avec la partie 1.b.
Méthodes des rectangles et des trapèzes pour le calcul approché d'une intégrale sur un segment.	Les questions de précision du calcul sont en lien avec la partie 1.b.

Les principales capacités développées dans cette partie de la formation sont :
- comprendre un algorithme et expliquer ce qu'il fait ;
- modifier un algorithme existant pour obtenir un résultat différent ;
- concevoir un algorithme répondant à un problème précisément posé et le documenter ;
- expliquer le fonctionnement d'un algorithme ;
- écrire des instructions conditionnelles avec alternatives, éventuellement imbriquées ;
- s'interroger sur l'efficacité algorithmique temporelle d'un algorithme.

b) Programmation

On insistera sur une organisation modulaire des programmes ainsi que sur la nécessité d'une programmation structurée et parfaitement documentée.

Contenus	Précisions et commentaires
Variables : notion de type et de valeur d'une variable, types simples.	Les types simples présentés sont les entiers, flottants, booléens et chaînes de caractères.
Expressions et instructions simples : affectation, opérateurs usuels, distinction entre expression et instruction.	Les expressions considérées sont à valeurs numériques, booléennes ou de type chaîne de caractères.
Instructions conditionnelles : expressions booléennes et opérateurs logiques simples, instruction if. Variantes avec alternative (else).	Les étudiants devront être capables de structurer et comprendre plusieurs niveaux d'alternatives implantées par des instructions conditionnelles imbriquées.
Instructions itératives : boucles **for**, boucles conditionnelles **while**.	Les sorties de boucle (instruction **break**) peuvent être présentées et se justifient uniquement lorsqu'elles contribuent à simplifier notablement la programmation sans réelle perte de lisibilité des conditions d'arrêt.
Fonctions : notion de fonction (au sens informatique), définition dans le langage utilisé, paramètres (ou arguments) et résultats, portée des variables.	On distingue les variables locales des variables globales et on décourage l'utilisation des variables globales autant que possible.
Manipulation de quelques structures de données : chaînes de caractères (création, accès à un caractère, concaténation), listes (création, ajout d'un élément, suppression d'un élément, accès à un élément, extraction d'une partie de liste), tableaux à une ou plusieurs dimensions.	On met en évidence le fait que certaines opérations d'apparence simple cachent un important travail pour le processeur. On met à profit la structure de tableau d'entiers à deux dimensions pour introduire la notion d'image ponctuelle (« bitmap »). Les algorithmes de traitement d'image seront abordés plus tard.
Fichiers : notion de chemin d'accès, lecture et écriture de données numériques ou de type chaîne de caractères depuis ou vers un fichier.	On encourage l'utilisation de fichiers en tant que supports de données ou de résultats avant divers traitements, par exemple graphiques.

Les exemples de programmation ne se limitent pas à la traduction des algorithmes introduits en partie 2-b.

Les principales capacités développées dans cette partie sont les suivantes :
- choisir un type de données en fonction d'un problème à résoudre ;

- concevoir l'en-tête (ou la spécification) d'une fonction, puis la fonction elle-même ;
- traduire un algorithme dans un langage de programmation ;
- gérer efficacement un ensemble de fichiers correspondant à des versions successives d'un fichier source ;
- rechercher une information au sein d'une documentation en ligne, analyser des exemples fournis dans cette documentation ;
- documenter une fonction, un programme ;
- modifier une programmation en vue de changer le comportement de tout ou partie d'un système complexe.

3. Ingénierie numérique et simulation

Dans cette partie de programme, on étudie le développement d'algorithmes numériques sur des problèmes scientifiques étudiés et mis en équation. La pédagogie par projets est encouragée.
Il s'agit d'apprendre aux étudiants à utiliser des algorithmes numériques simples et/ou à utiliser des bibliothèques pour résoudre des problèmes étudiés et mis en équation dans les autres disciplines.
Dans cette partie, on n'aborde pas les aspects théoriques des algorithmes étudiés (qui peuvent être traités dans d'autres disciplines). Seules la mise en œuvre constructive des algorithmes et l'analyse empirique des résultats sont concernées. On illustre ainsi les performances de différents algorithmes pour la résolution des problèmes. On met l'accent sur les aspects pratiques comme l'impact des erreurs d'arrondi sur les résultats, les conditions d'arrêt, la complexité en temps de calcul.

Contenus	Précisions et commentaires
Bibliothèques logicielles : utilisation de quelques fonctions d'une bibliothèque et de leur documentation en ligne.	On met en évidence l'intérêt de faire appel aux bibliothèques, évitant de devoir réinventer des solutions à des problèmes bien connus. La recherche des spécifications des bibliothèques joue un rôle essentiel pour le développement de solutions fiables aux problèmes posés.
Problème stationnaire à une dimension, linéaire ou non, conduisant à la résolution approchée d'une équation algébrique ou transcendante. Méthode de dichotomie, méthode de Newton.	On souligne les différences du comportement informatique des deux algorithmes en termes de rapidité. On illustre le problème du test d'arrêt (inadéquation de la comparaison à zéro).
Problème dynamique à une dimension, linéaire ou non, conduisant à la résolution approchée d'une équation différentielle ordinaire par la méthode d'Euler.	On compare les résultats obtenus avec les fonctions de résolution approchée fournies par une bibliothèque numérique. On met en évidence l'impact du pas de discrétisation et du nombre d'itérations sur la qualité des résultats et sur le temps de calcul.
Problème discret multidimensionnel, linéaire, conduisant à la résolution d'un système linéaire inversible (ou de Cramer) par la méthode de Gauss avec recherche partielle du pivot.	Il ne s'agit pas de présenter cet algorithme mais de l'exécuter pour étudier sa mise en œuvre et les problèmes que pose cette démarche. On souligne la complexité de l'algorithme en fonction de la taille des matrices et son impact sur le temps de calcul.

Les principales capacités développées dans cette partie de la formation sont :
- réaliser un programme complet structuré allant de la prise en compte de données expérimentales à la mise en forme des résultats permettant de résoudre un problème scientifique donné ;
- utiliser les bibliothèques de calcul standard pour résoudre un problème scientifique mis en équation lors des enseignements, de physique, mathématiques, sciences industrielles de l'ingénieur ;
- tenir compte des aspects pratiques comme l'impact des erreurs d'arrondi sur les résultats, le temps de calcul ou le stockage en mémoire.

4. Réalisation d'un projet

L'acquisition durable de compétences en informatique repose sur une pratique régulière et s'accorde au mieux avec le développement de projets. Il est donc recommandé de faire réaliser aux étudiants un projet mettant en œuvre les compétences des programmes de la filière.
Pour la réalisation de ce projet, les étudiants peuvent travailler en groupe de taille réduite. Le temps passé sur les projets doit rester modeste. Les thèmes des projets doivent être choisis de manière à représenter la diversité des applications possibles, notamment en physique et sciences industrielles de l'ingénieur.

Les principales capacités développées dans cette partie de la formation sont :
- recueillir des informations et mobiliser des ressources ;
- décomposer un problème complexe en tâches élémentaires ;
- organiser un travail impliquant un développement logiciel ;
- collaborer au sein d'une équipe pour réaliser une tâche ;
- avoir un regard critique sur les résultats obtenus ;
- présenter une solution à l'écrit, à l'oral.

Ces projets doivent pouvoir être présentés (sous forme écrite et orale) par les étudiants en mettant en valeur :
- la nature et l'intérêt du problème scientifique étudié ;
- l'approche choisie pour résoudre le problème ;
- l'organisation choisie pour la conduite du projet (répartition des tâches, échéancier) ;
- la structuration de la solution ;
- l'adéquation de la solution par rapport au problème initialement posé.

Annexe 3

Objectifs de formation et programme de physique de la classe préparatoire scientifique ATS ingénierie industrielle

Annexe 4

Objectifs de formation et programme de sciences industrielles de l'ingénieur de la classe préparatoire scientifique ATS ingénierie industrielle

Annexe 5
Objectifs de formation et programme de français et de philosophie de la classe préparatoire scientifique ATS ingénierie industrielle

I - Objectifs de formation

Commun à toutes les classes préparatoires scientifiques, cet enseignement qui concerne à part égale les lettres et la philosophie, est partie constituante de la formation générale des étudiants. Sa finalité est de former l'esprit à une réflexion autonome et éclairée par la lecture ample et directe des grands textes et par la pratique de la dissertation, qui apprend à l'étudiant à s'interroger, à conduire une pensée cohérente et à exploiter d'une manière pertinente ses lectures. Il poursuit trois objectifs majeurs :

1. Il vise à développer leur maîtrise de l'expression écrite et orale ainsi que leur aptitude à communiquer, compétences indispensables pour leur future vie professionnelle.

Le travail méthodique sur des textes extraits ou non du programme par l'exercice de la lecture et du résumé, sollicite leurs qualités de compréhension et de reformulation, les conduit à identifier diverses stratégies de communication, à hiérarchiser des informations d'origines variées et à savoir en proposer une présentation structurée, leur apprend à entrer dans un système d'argumentation et à en apprécier la pertinence.

La pratique des interrogations orales leur donne l'occasion de s'exercer à présenter un sujet, d'argumenter avec rigueur, de se mettre à l'écoute d'un interlocuteur et de renforcer leur aptitude au dialogue.

2. Il les entraîne à approfondir leur réflexion personnelle et leur sens critique en sollicitant leurs capacités de comprendre une problématique large ou limitée, d'imaginer des solutions, de mobiliser rapidement leurs connaissances et de savoir choisir avec discernement des arguments convaincants.

3. Il leur permet, par la lecture des œuvres inscrites au programme, d'enrichir leur culture et de mieux comprendre le monde dans lequel ils vivent. Grâce à un choix obéissant aux critères suivants :
- qualité d'écriture ;
- richesse, attrait et signification des œuvres ;
- variété des genres ;
- présence d'une œuvre traduite ;

il invite les étudiants à confronter sur un même thème des points de vue diversifiés et à en tirer profit pour leur formation personnelle.

II - Programme

Durant l'année de préparation, l'enseignement prend appui notamment sur un thème étudié dans deux œuvres littéraires et philosophiques.
Ce thème et les œuvres correspondantes sont fixés pour un an par arrêté.

Annexe 6

Objectifs de formation et programme de langues vivantes étrangères de la classe préparatoire scientifique ATS ingénierie industrielle

I - Objectifs de formation

L'étude des langues vivantes étrangères dans la classe préparatoire ATS a comme objectifs :
1. de consolider, d'approfondir et de compléter les acquis des scolarités antérieures sur le double plan linguistique et culturel ;
2. d'entraîner les étudiants à la méthodologie et à la pratique des différentes formes d'évaluation par des exercices portant notamment sur :
- la compréhension de l'écrit et celle de l'oral ;
- l'expression orale et écrite ;
- les activités de traduction et de contraction de texte ;
- la compétence linguistique ;
3. de mettre en perspective les grands repères culturels relatifs aux pays dont la langue est étudiée.

II - Programme

Pendant l'année de préparation, on veillera à développer chez les étudiants les aptitudes qui leur permettent :
- de comprendre un document enregistré (audio ou vidéo) portant sur un sujet d'intérêt général dans une aire linguistique donnée en évitant les écarts trop marqués sur les plans lexical, syntaxique et phonologique ;
- d'appréhender le sens de textes d'origine et de nature variées, de rendre compte de leur contenu et de leur structure et de mettre en évidence les enjeux qu'ils soulèvent ;
- de s'exprimer, tant à l'oral qu'à l'écrit, dans une langue syntaxiquement correcte faisant appel à des ressources lexicales progressivement enrichies ;
- de prendre la parole en recherchant aisance dans l'expression et qualité de la prononciation.

Annexe 3
Objectifs de formation et programme de physique de la classe préparatoire scientifique ATS ingénierie industrielle

Préambule
Le programme de physique d'ATS est construit de manière à ce que soit assurée une continuité de formation depuis le lycée, pour des étudiants issus de sections de techniciens supérieurs et d'instituts universitaires de technologie. Il s'agit de les amener progressivement au niveau requis pour poursuivre avec succès des études scientifiques et techniques en école d'ingénieur et, plus généralement, de conforter leur capacité à se former tout au long de la vie.
La physique est une science fondamentale à forte dimension expérimentale. Ces deux aspects s'enrichissent mutuellement et leur intrication est un élément essentiel de l'enseignement. Cela nécessite de consolider le socle de connaissances et de capacités dans le domaine de la physique mais aussi de continuer à développer les compétences permettant de les mettre en œuvre de manière efficiente. Le programme est construit afin d'atteindre ces deux objectifs.
Ce développement des compétences nécessite la mise en œuvre de modalités pédagogiques favorisant la mise en activité des étudiants et s'appuyant sur des composantes de la démarche scientifique : la démarche expérimentale, la résolution de problème et l'analyse documentaire. Elles visent la poursuite du développement chez l'étudiant, outre des compétences purement scientifiques, de l'esprit critique, de l'autonomie, de la prise d'initiative, de la capacité à acquérir par soi-même de nouvelles connaissances et capacités. Ces modalités permettent aussi à chacun d'être acteur de sa formation et favorisent l'épanouissement des différentes intelligences.
La priorité doit être mise sur la modélisation des phénomènes et sur l'analyse des résultats obtenus. La résolution des équations issues des phases de modélisation doit faire appel autant que possible aux outils numériques afin de réduire la part des calculs analytiques et, ainsi, de reporter l'attention des étudiants vers des aspects plus fondamentaux (modélisation, analyse des résultats, etc.). Cela permet aussi d'aborder (même modestement) des systèmes plus proches de la réalité en s'affranchissant d'une résolution analytique pas toujours accessible.
Le programme fait toujours une très large place à la démarche expérimentale, essentielle à l'acquisition et à la consolidation des notions. Tout au long du programme, des problématiques se prêtant particulièrement à une approche expérimentale sont **identifiées en gras**. Elles doivent être abordées, au choix, à travers des expériences de cours exploitées de manière approfondie et collective, ou lors de séances de travaux pratiques durant lesquelles l'autonomie et l'initiative individuelle de l'étudiant sont davantage privilégiées.
Au regard de ce qui précède, le programme est organisé en trois parties :
1. dans la première partie sont décrites les compétences que la pratique de la « **démarche scientifique** » permet de développer à travers certaines de ses composantes : la démarche expérimentale, les approches documentaires et la résolution de problème. Ces compétences et les capacités associées seront exercées et mises en œuvre dans des situations variées tout au long de l'année en s'appuyant sur les autres parties du programme. Leur mise en œuvre doit donc faire l'objet d'un suivi dans la durée ;
2. dans la deuxième partie « **formation expérimentale** » sont décrites les méthodes et les capacités expérimentales que les étudiants doivent maîtriser à la fin de l'année scolaire. Leur mise en œuvre à travers les activités doit s'appuyer sur des problématiques concrètes contenant celles identifiées en gras dans la troisième partie. Elles doivent faire l'objet de la part du professeur d'une programmation visant à s'assurer de l'apprentissage progressif de l'ensemble des capacités attendues ;
3. dans la troisième partie sont décrites les connaissances et capacités associées aux contenus disciplinaires. Elles sont organisées en deux colonnes : aux « notions et contenus » de la première colonne correspondent une ou plusieurs « capacités exigibles » de la deuxième colonne. Celle-ci met ainsi en valeur les éléments clefs constituant le socle de connaissances et de capacités dont l'assimilation par tous les étudiants est requise.
Les outils mathématiques que les étudiants doivent savoir utiliser de façon autonome dans le cadre des enseignements de physique en ATS sont précisés en annexe.
Ce programme indique les objectifs de formation à atteindre pour tous les étudiants. Il ne représente en aucun cas une progression imposée à l'intérieur de chaque semestre. Le professeur doit organiser son enseignement en respectant trois grands principes directeurs :
1. la mise en activité des étudiants : l'acquisition des connaissances, des capacités et des compétences sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. La formation expérimentale, l'approche documentaire, la résolution de problème permettent cette mise en activité. Le professeur peut mettre en œuvre d'autres activités visant les mêmes objectifs ;
2. la mise en contexte des contenus scientifiques : la physique s'est développée afin de répondre à des questions que l'Homme se pose. Ainsi en ATS, le questionnement scientifique, prélude à la construction des notions et concepts, se déploiera à partir d'objets technologiques emblématiques du monde contemporain, de procédés simples ou complexes, de phénomènes naturels ;
3. **une nécessaire mise en cohérence des différents enseignements scientifiques et technologiques : la progression en physique doit être articulée avec celles mises en œuvre dans les enseignements de**

mathématiques et de sciences industrielles.

Partie 1 - Démarche scientifique

Démarche expérimentale

Les activités expérimentales mises en œuvre dans le cadre d'une démarche scientifique mobilisent les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence, elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.
Les compétences doivent être acquises à l'issue de la formation expérimentale, le niveau d'exigence est naturellement à mettre en perspective avec celui des autres composantes du programme de la filière concernée. Elles nécessitent d'être régulièrement mobilisées par les étudiants et sont évaluées en s'appuyant, par exemple, sur l'utilisation de grilles d'évaluation.
L'ordre de présentation de celles-ci ne préjuge pas d'un ordre de mobilisation de ces compétences lors d'une séance ou d'une séquence.

Compétence	Capacités exigibles associées
S'approprier	Rechercher, extraire et organiser l'information en lien avec une situation. Énoncer une problématique. Définir des objectifs.
Analyser	Formuler une hypothèse. Proposer une stratégie pour répondre à une problématique. Proposer un modèle. Choisir, concevoir ou justifier un protocole ou un dispositif expérimental. Évaluer l'ordre de grandeur d'un phénomène et de ses variations.
Réaliser	Mettre en œuvre un protocole. Utiliser (avec la notice) le matériel de manière adaptée, en autonomie pour celui de la liste « Grandeurs et instruments », avec aide pour tout autre matériel. Mettre en œuvre des règles de sécurité adéquates. Effectuer des représentations graphiques à partir de données expérimentales.
Valider	Exploiter des observations, des mesures en identifiant les sources d'erreurs et en estimant les incertitudes. Confronter un modèle à des résultats expérimentaux. Confirmer ou infirmer une hypothèse, une information. Analyser les résultats de manière critique. Proposer des améliorations de la démarche ou du modèle.
Communiquer	À l'écrit comme à l'oral : - présenter les étapes de son travail de manière synthétique, organisée, cohérente et compréhensible ; - utiliser un vocabulaire scientifique adapté ; - s'appuyer sur des schémas, des graphes ; - faire preuve d'écoute, confronter son point de vue.
Être autonome, faire preuve d'initiative	Travailler seul ou en équipe. Solliciter une aide de manière pertinente. S'impliquer, prendre des décisions, anticiper.

Concernant la compétence « **Communiquer** », l'aptitude à rédiger un compte-rendu écrit constitue un objectif de la formation. Les activités expérimentales sont aussi l'occasion de travailler l'expression orale lors d'un point de situation ou d'une synthèse finale par exemple. Le but est de bien préparer les étudiants à la présentation des travaux et projets qu'ils auront à conduire et à exposer au cours de leur formation en école d'ingénieur et, plus généralement, dans le cadre de leur métier de chercheur ou d'ingénieur. L'utilisation d'un cahier de laboratoire, au sens large du terme en incluant par exemple le numérique, peut constituer un outil efficace d'apprentissage.
Concernant la compétence « **Être autonome, faire preuve d'initiative** », elle est par nature transversale et participe à la définition du niveau de maîtrise des autres compétences. Le recours à des activités s'appuyant sur les questions ouvertes est particulièrement adapté pour former les étudiants à l'autonomie et l'initiative.

Approches documentaires

Les approches documentaires mises en œuvre dans le cadre d'une démarche scientifique mobilisent les compétences indiquées dans le tableau ci-dessous. Le professeur a toute latitude de choisir les thèmes faisant l'objet d'une approche documentaire. Une liste indicative non exhaustive d'exemples est donnée à la fin de certaine partie.

Dans ce cadre, il s'agit :
- dans la perspective d'une formation tout au long de la vie, d'habituer les étudiants à se cultiver en utilisant des documents variés (texte, schéma, graphe, vidéo, photo,...), démarche dans laquelle ils sont acteurs de leur formation ;
- d'acquérir des éléments de culture (construction du savoir scientifique, histoire des sciences, étapes d'une démarche scientifique, raisonnements, ordres de grandeurs, avancée de la recherche sur des sujets contemporains, ouverture sur les problèmes sociétaux…) dans les domaines de la physique des XX^e^ et XXI^e^ siècles et de ses applications ;
- de mobiliser et de développer des compétences liées à la recherche, à l'extraction, à l'organisation, à l'analyse et à la synthèse de l'information recueillie ou fournie, compétences essentielles pour les futurs ingénieurs et chercheurs scientifiques. Ces compétences et des exemples de capacités associées sont présentés dans le tableau ci-dessous.
À l'issue de l'activité documentaire, une synthèse finale est indispensable pour bien identifier les nouvelles connaissances, les nouveaux modèles et les éléments de culture générale que les étudiants doivent s'approprier.

Compétences	Capacités associées
S'approprier	Dégager la problématique principale. Acquérir de nouvelles connaissances en autonomie. Identifier la complémentarité d'informations présentées sous des formes différentes (texte, graphe, tableau, etc.). …
Analyser	Identifier les idées essentielles et leurs articulations. Relier qualitativement ou quantitativement différents éléments de documents. Identifier une tendance, une corrélation, une grandeur d'influence. Conduire un raisonnement scientifique qualitatif ou quantitatif. S'appuyer sur ses connaissances et savoir-faire pour apporter de la plus-value aux documents proposés. …
Réaliser	Extraire une information d'un texte, d'un graphe, d'un tableau. Trier et organiser des données, des informations. Tracer un graphe à partir de données. Schématiser un dispositif, une expérience, une méthode de mesure… Décrire un phénomène à travers la lecture d'un graphe, d'un tableau… Conduire une analyse dimensionnelle. Utiliser un modèle décrit. …
Valider	Confronter les idées d'un texte à ses connaissances. Faire preuve d'esprit critique. Repérer les points faibles d'une argumentation (contradiction, partialité, incomplétude, etc.). Estimer des ordres de grandeur et procéder à des tests de vraisemblance. …
Communiquer à l'écrit comme à l'oral	Rédiger/présenter une synthèse, une analyse, une argumentation… (clarté, justesse, pertinence, exhaustivité, logique). Résumer un paragraphe sous la forme d'un texte, d'un schéma, d'une carte mentale. Illustrer son propos par des schémas, des graphes, des développements mathématiques. …

Résolution de problème

Dans l'acquisition de l'autonomie, la « résolution de problème » est une activité intermédiaire entre l'exercice cadré qui permet de s'exercer à de nouvelles méthodes, et la démarche par projet, pour laquelle le but à atteindre n'est pas explicite. Il s'agit pour l'étudiant de mobiliser ses connaissances, capacités et compétences afin d'aborder une situation dans laquelle il doit atteindre un but bien précis, mais pour laquelle le chemin à suivre n'est pas indiqué. L'objectif à atteindre doit être clairement donné et le travail porte sur la démarche à suivre, l'obtention du résultat et son regard critique.
La résolution de problème permet de se confronter à des situations où plusieurs approches sont possibles, qu'il s'agisse de la méthode mise en œuvre ou du degré de précision recherché. Ces situations se prêtent bien à une résolution progressive pour laquelle un premier modèle permettra d'obtenir rapidement un résultat, qui sera ensuite discuté et amélioré. Cette résolution étagée doit permettre à tous les étudiants d'aborder le problème selon leur rythme en s'appuyant sur les compétences qu'ils maîtrisent.

C’est sur la façon d’appréhender une question scientifique, sur le choix raisonné de la méthode de résolution et sur les moyens de vérification qu’est centrée la formation de l’élève lors de la démarche de résolution de problème. La résolution de problème mobilise les compétences qui figurent dans le tableau ci-dessous. Des capacités associées sont explicitées afin de préciser les contours de chaque compétence ; elles ne constituent donc pas une liste exhaustive et peuvent parfois relever de plusieurs domaines de compétences.

Compétence	Capacités exigibles associées
S’approprier le problème	Faire un schéma modèle. Identifier les grandeurs physiques pertinentes, leur attribuer un symbole. Évaluer quantitativement les grandeurs physiques inconnues et non précisées. Relier le problème à une situation modèle connue. …
Établir une stratégie de résolution (analyser)	Décomposer le problème en des problèmes plus simples. Commencer par une version simplifiée. Expliciter la modélisation choisie (définition du système, etc.). Déterminer et énoncer les lois physiques qui seront utilisées. …
Mettre en œuvre la stratégie (réaliser)	Mener la démarche jusqu’au bout afin de répondre explicitement à la question posée. Savoir mener efficacement les calculs analytiques et la traduction numérique. …
Avoir un regard critique sur les résultats obtenus (valider)	S’assurer que l’on a répondu à la question posée. Vérifier la pertinence du résultat trouvé, notamment en comparant avec des estimations ou ordres de grandeurs connus. Comparer le résultat obtenu avec le résultat d’une autre approche (mesure expérimentale donnée ou déduite d’un document joint, simulation numérique, etc.). Étudier des cas limites plus simples dont la solution est plus facilement vérifiable ou bien déjà connue.
Communiquer	Présenter la résolution, en en expliquant le raisonnement et les résultats.

Remarques complémentaires

Suivent des possibilités d’articulation entre la résolution de problème et les autres types de compétences développées.

En lien avec les incertitudes :

- évaluer ou déterminer la précision de la solution proposée, notamment lorsqu’il s’agit d’une solution approchée sans la surestimer ni la sous-estimer (on a souvent tendance à dire que l’on fait un calcul d’ordre de grandeur alors que l’on a un résultat à 10 % près) ;
- déterminer ce qu’il faudrait faire pour améliorer la précision d’un résultat.

En lien avec l’analyse de documents :

- analyser de manière critique un texte dont l’objet est scientifique ou technique, en mobilisant ses connaissances, notamment sur les valeurs quantitatives annoncées. Etre capable de vérifier la cohérence des chiffres proposés en développant un modèle simple ;
- vérifier à l’aide d’un document technique, d’une photographie… le résultat d’une modélisation.

En lien avec la démarche expérimentale :

- l’approche « résolution de problème » peut se prêter à des activités expérimentales pour lesquelles une tâche précise sera demandée sans que la méthode ne soit donnée. Par exemple : mesurer une quantité physique donnée, comparer deux grandeurs, mettre en évidence un phénomène… ;
- la vérification d’une modélisation sera effectuée en réalisant l’expérience. Cela peut s’effectuer en prédisant quantitativement l’issue d’une expérience, puis en effectuant les mesures pour vérifier les valeurs prédites.

En lien avec les compétences de « rédaction » :

- rédiger de manière concise et directe une solution qui a souvent été trouvée par un long cheminement.

Partie 2 - Formation expérimentale

Cette partie, spécifiquement dédiée à la pratique de la démarche expérimentale lors des séances de travaux pratiques, vient compléter la liste des thèmes d'étude – en gras dans la troisième partie du programme – à partir desquels la problématique d'une séance peut être définie. Elle permet de poursuivre la formation initiée en sections de techniciens supérieurs ou en IUT, ou, pour le moins, de donner aux étudiants le socle minimum dans le domaine de la « **mesure et des incertitudes** » et permettre l'acquisition des capacités expérimentales présentées dans la partie « **mesures et savoir-faire**» afin qu'elles soient pratiquées en autonomie par les étudiants.

Mesures et incertitudes

Pour pratiquer une démarche expérimentale autonome et raisonnée, les étudiants doivent posséder de solides connaissances et savoir-faire dans le domaine des mesures et des incertitudes : celles-ci interviennent aussi bien en amont lors de l'analyse du protocole, du choix des instruments de mesure, etc., qu'en aval lors de la validation et de l'analyse critique des résultats obtenus.
Les notions explicitées ci-dessous sur le thème « mesures et incertitudes » s'inscrivent dans la continuité de celles abordées dans les programmes du cycle terminal des filières S, STI2D et STL du lycée et de certaines sections de technicien supérieur.
Les étudiants doivent avoir conscience de la variabilité des résultats obtenus lors d'un processus de mesure, en connaître les origines, et comprendre et s'approprier ainsi les objectifs visés par l'évaluation des incertitudes.
Pour assurer le succès de cette formation en ATS, il est essentiel que ces notions diffusent dans chacun des thèmes du programme et qu'elles soient régulièrement évaluées. Dans un souci de contextualisation, on évitera toute séquence de cours spécifiques. L'informatique fournit aux étudiants les outils nécessaires à l'évaluation des incertitudes (notamment composées) sans qu'ils soient conduits à entrer dans le détail des concepts mathématiques sous-jacents.

Notions et contenu	Capacités exigibles
Erreur ; composante aléatoire et composante systématique de l'erreur	Utiliser le vocabulaire de base de la métrologie : mesurage, valeur vraie, grandeur d'influence, erreur aléatoire, erreur systématique. Identifier les sources d'erreurs lors d'une mesure.
Notion d'incertitude, incertitude-type Évaluation d'une incertitude-type Incertitude-type composée Incertitude élargie	Savoir que l'incertitude est un paramètre associé au résultat d'un mesurage, qui caractérise la dispersion des valeurs qui peuvent être raisonnablement attribuées à la grandeur mesurée. Procéder à l'évaluation de type A de l'incertitude-type (incertitude de répétabilité). Procéder à l'évaluation de type B de l'incertitude-type dans des cas simples (instruments gradués) ou à l'aide de données fournies par le constructeur (résistance, multimètre, oscilloscope, thermomètre, verrerie…). Évaluer l'incertitude-type d'une mesure obtenue à l'issue de la mise en œuvre d'un protocole présentant plusieurs sources d'erreurs indépendantes à l'aide d'une formule fournie ou d'un logiciel. Comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreurs. Associer un niveau de confiance de 95 % à une incertitude élargie.
Présentation d'un résultat expérimental Acceptabilité du résultat et analyse du mesurage (ou processus de mesure)	Exprimer le résultat d'une mesure par une valeur et une incertitude associée à un niveau de confiance. Commenter qualitativement le résultat d'une mesure en le comparant, par exemple, à une valeur de référence. Analyser les sources d'erreurs et proposer des améliorations du processus de mesure.

Mesures et savoir-faire

Cette partie présente l'ensemble des capacités expérimentales que les étudiants doivent acquérir au cours de l'année durant les séances de travaux pratiques. Comme précisé dans le préambule consacré à la formation expérimentale, une séance de travaux pratiques s'articule autour d'une problématique, que les thèmes – repérés en gras dans le corps du programme – peuvent servir à définir.
Les capacités rassemblées ici ne constituent donc en aucun cas une liste de travaux pratiques qui s'articuleraient autour d'une découverte du matériel.
Les différentes capacités à acquérir sont, pour plus de clarté, regroupées par domaines, le premier étant davantage transversal. Cela ne constitue pas une incitation à limiter une activité expérimentale à un seul domaine.

Nature et méthodes	Capacités exigibles
Mesures de temps et de fréquences Fréquence, période ou temps de réponse : mesure à l'oscilloscope ou via une carte d'acquisition Analyse spectrale	Choisir de façon cohérente la fréquence d'échantillonnage, et la durée totale d'acquisition. Reconnaître une avance ou un retard. Effectuer l'analyse spectrale d'un signal périodique ou non à l'aide d'un oscilloscope numérique ou d'une carte d'acquisition.
Mécanique Visualiser et décomposer un	Mettre en œuvre une méthode de stroboscopie. Enregistrer un phénomène à l'aide d'une caméra numérique et repérer la

mouvement Mesurer une vitesse, une accélération Quantifier une action	trajectoire à l'aide d'un logiciel dédié, en déduire la vitesse et l'accélération. Mettre en œuvre un capteur de vitesse, un accéléromètre. Utiliser un dynamomètre, un capteur de force.
Thermodynamique et mécanique des fluides Mesurer une pression Mesurer une température Effectuer des bilans d'énergie	Mettre en œuvre un capteur, en distinguant son caractère différentiel ou absolu. Mettre en œuvre un capteur de température. Mettre en œuvre une technique de calorimétrie.
Conduction thermique	Mettre en œuvre un dispositif de mesure de conductivité thermique, le protocole étant donné. Utiliser un capteur dans le domaine des infrarouges.
Électricité et électromagnétisme Mesurer une tension : - mesure directe au voltmètre numérique ou à l'oscilloscope numérique. Mesurer un courant : - mesure directe à l'ampèremètre numérique ; - mesure indirecte à l'oscilloscope aux bornes d'une résistance adaptée. Mesurer une énergie électrique ou magnétique Transmettre une information à l'aide d'une onde hertzienne	Capacités communes à l'ensemble des mesures électriques : - préciser la perturbation induite par l'appareil de mesure sur le montage et ses limites (bande passante, résistance d'entrée) ; - définir la nature de la mesure effectuée (valeur efficace, valeur moyenne, amplitude, valeur crête à crête, etc.). Mettre en œuvre un montage électrique permettant d'apprécier l'énergie reçue par un composant. Mettre en œuvre un dispositif permettant de moduler, d'émettre et de recevoir une onde électromagnétique.

Partie 3 - Formation disciplinaire

Premier semestre

Comportement dynamique des systèmes

La dynamique des systèmes est proposée en deux parties, séparées par la thermodynamique.
Cela permet à l'étudiant de s'approprier les modèles et les outils associés sur une plus longue période ; l'objectif est de minimiser les confusions entre les régimes libres et les régimes forcés.
La dynamique des systèmes est d'abord décrite par des équations scalaires. Cette partie sera l'occasion d'introduire auprès des étudiants quelques modélisations classiques qui seront de nouveau exploitées ultérieurement avec un degré de complexité plus important.
Dans ce but, les interactions seront d'abord décrites au travers de l'étude des aspects énergétiques.
L'étude de l'énergie permet d'analyser qualitativement le comportement d'un système avant de le modéliser par des équations différentielles.
Les systèmes simples étudiés font appel, pour leur description au niveau des interactions, à la gravitation en champ uniforme, à l'action de ressorts et à l'action d'un support en l'absence de frottement solide.
Ces systèmes évoluent spontanément vers des minima d'énergie.
On introduit des pertes énergétiques conduisant à des équations différentielles linéaires ou linéarisables.
Les compétences développées en mécanique pourront être transférées à d'autres systèmes physiques aux comportements similaires (notamment pour les régimes transitoires, les oscillations, les ondes…). Ces analogies permettront d'étudier des systèmes en postulant les équations régissant leur évolution.

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Observation d'un mouvement	
Point matériel	Citer des exemples de systèmes pouvant se ramener à l'étude de leur centre de masse.
Principe d'inertie	Citer quelques exemples d'expériences où les référentiels d'étude peuvent être considérés comme galiléens.
Énergie cinétique	Définir la vitesse et l'énergie cinétique d'un point matériel.
2. Interactions conservatives	
Énergie potentielle fonction d'une seule variable spatiale	Citer les expressions de l'énergie potentielle de pesanteur associée à un champ uniforme et de l'énergie potentielle élastique associée à un ressort.
Équilibre en référentiel galiléen	Identifier sur le graphe de l'énergie potentielle les éventuelles positions d'équilibre stable et instable. Exploiter d'autres situations où l'expression de l'énergie potentielle est fournie.

3. Énergie mécanique	
Énergie mécanique	Distinguer une énergie cinétique d'une énergie potentielle.
Conservation de l'énergie	Identifier les cas de conservation de l'énergie mécanique. Déduire d'un graphe d'énergie potentielle ou d'une expression d'une énergie mécanique une vitesse ou une position en des points particuliers. Déduire d'un graphe d'énergie potentielle le comportement borné ou non de la trajectoire.
Non conservation de l'énergie mécanique Modèle d'ordre 1	Distinguer force conservative et force non conservative. Reconnaître les cas de conservation de l'énergie mécanique. Énoncer le théorème liant l'énergie mécanique à la puissance des forces non conservatives. Étudier un système modélisé par une équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants ; interprétation qualitative du temps caractéristique. Exploiter numériquement une interaction dissipative amenant à une équation différentielle linéaire ou non linéaire.
4. Oscillations libres	
Interprétation avec le graphe de l'énergie potentielle	Expliquer l'existence d'oscillations autour d'une position d'équilibre stable. Prévoir l'amplitude des oscillations et la vitesse maximale.
Oscillateur non amorti	Identifier et utiliser le modèle de l'oscillateur harmonique. Étude expérimentale d'un oscillateur harmonique.
Portrait de phase	Interpréter un portrait de phase fourni ou relevé expérimentalement.
Non conservation de l'énergie mécanique Modèle d'ordre 2	Utiliser le modèle de l'oscillateur harmonique amorti par frottements fluides. Résoudre et interpréter les solutions de l'équation différentielle canonique. Identifier les différents régimes et exploiter les courbes. Commenter le cas où le facteur de qualité est grand devant 1. Relier facteur de qualité et facteur d'amortissement.

Thermodynamique industrielle

Le cours de thermodynamique industrielle est une seconde approche du concept d'énergie. C'est le terreau dans lequel les étudiants vont consolider leur expertise en bilan d'énergie et leur compréhension des transformations possibles.
Le choix de l'étude de situations simples issues de la vie courante et faisant appel à des machines cycliques dithermes permet de constituer le socle indispensable à l'apprentissage des concepts de base de la thermodynamique.
Cette approche purement macroscopique vise à permettre aux étudiants de s'approprier les notions d'enthalpie H et d'entropie S et de leur faire découvrir l'univers de la thermodynamique par des exemples concrets.
On se limitera aux cas où les capacités thermiques seront indépendantes de la température.
Outre la maîtrise des capacités reliées aux notions abordées, cette partie a pour vocation l'acquisition par l'étudiant des compétences transversales suivantes :
- définir un système qui permette de faire les bilans nécessaires à l'étude ;
- faire le lien entre un système réel et sa modélisation ;
- comprendre qu'il peut exister plusieurs modèles de complexité croissante pour rendre compte des observations expérimentales ;
- utiliser des tableaux de données ou des représentations graphiques complexes.

Des études documentaires seront l'occasion de discuter de la pertinence des modèles simples proposés à l'étude.
Des logiciels de simulation permettront aussi d'améliorer ces modèles et d'étudier les effets des différents paramètres.

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Formes d'énergie	
L'énergie fonction d'état Stockage de l'énergie	Citer différentes formes d'énergies et les paramètres les caractérisant ; énergie cinétique (vitesse), énergie potentielle (position), énergie électrostatique (tension), énergie magnétique (intensité)…
Énergie interne U d'un système Capacité thermique à volume constant dans le cas d'un gaz parfait Capacité thermique à volume constant d'une phase condensée considérée indilatable et	Associer la modification de la température, le changement de phase d'un système, à la variation d'énergie interne. Utiliser le fait que l'énergie interne ne dépend que de la température pour un gaz parfait. Utiliser le fait que l'énergie interne ne dépend que de la température pour une phase condensée incompressible et indilatable.

incompressible	
Notion de thermostat	Décrire des thermostats naturels (atmosphère, fleuve, etc.) ou artificiels (pièce, compartiment frigorifique, etc.)
6. Transferts d'énergie	
État d'équilibre d'un système	Proposer un jeu de paramètres d'état permettant de caractériser un état d'équilibre. Différencier un système ouvert d'un système fermé. Distinguer les grandeurs extensives et les grandeurs intensives.
Transformations	Utiliser le vocabulaire usuel : isochore, isotherme, monobare, isobare, adiabatique.
Travail des forces de pression	Distinguer la pression extérieure de la pression du système. Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans le cas où la pression extérieure et la pression du système sont égales. Différencier un transfert d'énergie de l'énergie interne fonction d'état.
Les transferts thermiques	Décrire qualitativement la conduction, la convection et le rayonnement. Proposer des solutions technologiques pour les diminuer ou les favoriser.
Puissances électrique, mécanique et thermique	Distinguer la puissance (dimensionnement d'une installation) et l'énergie (consommation ou production).
Diagramme fonctionnel des machines cycliques dithermes	Prévoir les signes des transferts d'énergie. Définir le rendement d'un moteur. Définir le coefficient de performance (CoP) d'une machine frigorifique et celui d'une pompe à chaleur (PAC).
7. Conservation de l'énergie	
Premier principe de la thermodynamique en système fermé	Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan énergétique faisant intervenir le travail et le transfert thermique. Expliquer en quoi le premier principe de la thermodynamique est un principe de conservation.
Bilan énergétique pour un cycle ditherme	Écrire le bilan énergétique.
8. Bilans enthalpiques	
Enthalpie d'un système monophasé, capacité thermique à pression constante dans le cas du gaz parfait et d'une phase condensée incompressible et indilatable.	Définir l'enthalpie d'un système. Exprimer le premier principe sous la forme d'un bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare avec équilibre mécanique dans l'état initial et dans l'état final.
Enthalpie de changement d'état d'un corps pur	Connaître le vocabulaire des changements d'état et le diagramme (*p*, *T*). Comparer les ordres de grandeurs des variations d'enthalpie des systèmes monophasés avec celles des changements d'état d'un corps pur. Calculer l'énergie récupérable lors d'un changement d'état d'un corps pur à pression constante.
Enthalpie standard de réaction	Effectuer un bilan de matière lors d'une réaction chimique. Évaluer la température atteinte par un système siège d'une transformation chimique supposée isobare et réalisée dans un réacteur adiabatique.
9. Second principe de la thermodynamique	
Le second principe $\sum \frac{Q_i}{T_i} \leq \Delta S$	Commenter la différence entre l'inégalité du second principe et l'égalité du premier.
La transformation idéale réversible	Identifier les causes d'irréversibilité. Définir une transformation isentropique.
L'inégalité de Clausius pour les machines dithermes cycliques	Majorer le rendement ou le coefficient de performance (CoP) des machines dithermes cycliques.
10. Machines dithermes	
Le premier principe en système ouvert	Définir un système ouvert en écoulement stationnaire. Utiliser des grandeurs massiques ; définir le travail indiqué massique sur les parties mobiles. Décrire les différents organes des machines (détendeur, compresseur, turbine, condenseur, évaporateur, chambre de combustion, etc.). Appliquer le premier principe en système ouvert.
Système diphasé liquide-vapeur	Exploiter les diagrammes (T,s), (h,s) et (p,h).

Théorèmes des moments	Calculer ou exploiter un titre massique en vapeur.
Exploitations de diagrammes ou de tableaux de données	Calculer les transferts thermiques massiques, les travaux indiqués massiques et le coefficient de performance (CoP).
Puissances	Utiliser le débit massique pour évaluer des puissances.
11. Utilisation d'un modèle	
Technologie des moteurs à pistons	Distinguer les temps mécaniques (4 temps ou 2 temps) et identifier les temps thermodynamiques (modélisation par des transformations thermodynamiques).
Modèle du gaz parfait	Calculer un paramètre avec l'équation d'état du gaz parfait. Utiliser, dans l'approximation où les capacités thermiques à pression constante et à volume constant sont constantes, la relation de Mayer et le coefficient isentropique. Citer quelques limites du modèle.
Loi de Laplace	Utiliser les lois de Laplace pour évaluer des pressions ou des températures dans le cas de compressions ou détentes de gaz parfait dans l'hypothèse adiabatique et mécaniquement réversible.
Diagramme de Clapeyron	Tracer un cycle dans l'approximation d'une transformation mécaniquement réversible.
Aspects énergétiques	Calculer les transferts thermiques, les travaux et en déduire le coefficient de performance (CoP) ou le rendement.
Puissance, consommation	Lier la puissance au nombre de tours par minute.

Lois de Newton, régimes sinusoïdaux, ondes

La grandeur modélisant l'interaction est la force. Cette approche vise à enrichir l'étude énergétique.
La dynamique des systèmes en régime forcé est introduite ainsi que les outils mathématiques permettant sa modélisation.
L'utilisation de la notation complexe et le formalisme des ondes sont introduits et seront renforcées par le cours d'électromagnétisme.

Notions et contenus	Capacités exigibles
12. Lois de Newton	
Travail d'une force	Définir le travail et la puissance d'une force. Calculer le travail d'une interaction conservative. Calculer la force associée à une interaction conservative. Calculer la puissance d'une force dissipative.
Principe des actions réciproques	Énoncer le principe des actions réciproques et l'appliquer dans le cas de la réaction d'un support en l'absence de frottement solide.
Principe fondamental de la dynamique pour un point matériel de masse constante	Appliquer le principe fondamental de la dynamique dans le cas d'un mouvement rectiligne. Établir que le théorème de l'énergie mécanique découle du principe fondamental de la dynamique.
13. Oscillations forcées	
Régime sinusoïdal forcé	Utiliser la notation complexe modélisant un signal sinusoïdal. Établir en régime forcé les expressions de la position et de la vitesse d'un mobile en mouvement rectiligne oscillant. Simplifier et interpréter les solutions dans les cas limites basses fréquences et hautes fréquences ; tracer des diagrammes asymptotiques fréquentiels. Établir la possibilité de l'existence d'une résonance en amplitude.
Analogies électromécaniques	Montrer que le modèle reste pertinent pour des systèmes mécaniques ou électriques où les équations décrivant le système sont données.
Généralisation aux signaux périodiques	Exploiter un spectre, analyser la réponse du système.
14. Ondes	
Onde mécanique transversale	Établir l'équation de propagation dans le cas des ondes transversales d'une corde. Reconnaitre le caractère progressif ou stationnaire d'une onde. Utiliser les conditions aux limites et identifier les modes propres d'une onde stationnaire.

Second semestre

Étude des fluides statiques et en écoulements stationnaires

Les parties 1 et 2 introduisent concrètement les concepts de champs scalaires et vectoriels. Elles doivent aussi permettre aux étudiants de saisir les notions importantes de flux et de circulation d'un champ de vecteur. Une analyse qualitative de cartographies de lignes de champ des vitesses sera recherchée et doit permettre l'appropriation des outils de l'analyse vectorielle (on pourra faire le lien avec la signification physique des opérateurs rotationnel, gradient et divergence qui seront utilisés dans le cours d'électromagnétisme).
Partie 1 : l'étudiant pourra retenir des ordres de grandeur du champ de pression et s'aider de ce champ scalaire pour saisir les propriétés de l'opérateur gradient. On évitera les calculs de force de pression délicats au profit d'exemples simples et pratiques.
Partie 2 : la notion de dérivée particulaire ainsi que l'équation de Navier-Stokes ne sont pas au programme. Seule la description eulérienne sera détaillée ; on pourra alors traiter des exemples simples d'écoulements (puits, sources, vortex, uniforme…) permettant des analogies fortes avec les champs vus en électromagnétisme. Un écoulement homogène (masse volumique uniforme dans l'espace) et stationnaire permet de traiter l'écoulement incompressible pour lequel l'équation de conservation de la masse sera introduite. L'utilisation des relations de Bernoulli constitue un prolongement du cours de thermodynamique du 1er semestre, la compréhension des hypothèses de travail doit permettre aux étudiants d'adapter l'écriture du premier principe des systèmes ouverts aux problèmes étudiés. L'écoulement parfait sera défini comme étant exempt de toute dissipation énergétique et d'échange thermique interne et externe. La notion de perte de charge permet d'introduire un exemple d'écoulement non conservatif (sa présentation permettra de décrire qualitativement des écoulements réels).

Notions et contenus	Capacités exigibles
1. Description d'un fluide statique	
Échelle mésoscopique	Définir et connaitre des ordres de grandeurs des dimensions de l'échelle mésoscopique dans le cas des liquides et des gaz.
Pression dans un fluide Forces surfaciques, forces volumiques	Citer des ordres de grandeur de la pression. Définir la force de pression. Distinguer les forces de pression des forces de pesanteur.
Champ de pression Relation de la statique des fluides	Donner l'expression de la résultante des forces pressantes s'exerçant sur un volume élémentaire de fluide. Énoncer et établir la relation de la statique des fluides dans le cas d'un fluide soumis uniquement à la pesanteur. Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible pour l'atmosphère isotherme dans le cadre du modèle du gaz parfait. **Mettre en œuvre un dispositif expérimental utilisant un capteur de pression.**
2. Description d'un fluide en écoulement en régime stationnaire	
Grandeurs eulériennes Champ des vitesses Ligne de courant, tube de courant Régime stationnaire	Décrire les propriétés thermodynamiques et mécaniques d'un fluide à l'aide des grandeurs locales pertinentes. **Analyser des vidéos, des simulations ou des cartographies.** Évaluer le caractère divergent ou rotationnel d'un écoulement uniforme, à symétrie sphérique, à symétrie axiale (radiale ou orthoradiale) en connaissant l'expression du champ des vitesses.
Débit volumique et débit massique	Exprimer les débits volumique et massique. Définir le vecteur densité de flux de masse.
Écoulement stationnaire dont le champ des masses volumiques est uniforme	Établir un bilan local et global de matière en régime stationnaire. Établir qu'en régime stationnaire le champ des vitesses est à flux conservatif. Connaître les propriétés d'un écoulement pour lequel le champ des vitesses est à flux conservatif.
Écoulement stationnaire et irrotationnel	Connaître les propriétés d'un écoulement pour lequel le champ des vitesses est à circulation conservative.
Énergétique des écoulements parfaits dans une conduite	Définir un écoulement parfait. Énoncer, à l'aide d'un bilan d'énergie, la relation de Bernoulli en précisant les hypothèses. Établir un bilan de puissance pour un circuit hydraulique ou pneumatique avec ou sans pompe. **Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant d'étudier et d'illustrer la relation de Bernoulli.**

Perte de charge singulière et régulière.	Modifier la relation de Bernoulli afin de tenir compte de la dissipation d'énergie mécanique par frottement. **Mettre en évidence la perte de charge.**

Exemples d'approches documentaires :
- interprétation de la viscosité d'un écoulement dit newtonien ;
- loi de Poiseuille et analogie électrique.

Conduction thermique
La partie 3 permet une nouvelle approche de la notion de bilan d'une grandeur physique. Les outils de l'analyse vectorielle déjà rencontrés en mécanique des fluides pourront être réinvestis dans cette partie. L'étude de la conduction thermique présentera des applications concrètes en se limitant à l'étude de problèmes unidimensionnels. Un retour sur les notions thermodynamiques vues au premier semestre permet d'effectuer un bilan enthalpique permettant ensuite l'établissement de l'équation de la chaleur.

Notions et contenus	Capacités exigibles
3. Transfert d'énergie par conduction thermique	
Densité de flux thermique	Définir et algébriser la puissance thermique échangée à travers une surface.
Loi de Fourier	Relier la non-uniformité de la température à l'existence d'un flux thermique et interpréter son sens. Citer des ordres de grandeur de conductivité thermique pour des matériaux dans le domaine de l'habitat.
Analogie électrique dans le cas du régime stationnaire	Définir la résistance thermique. Exploiter l'analogie électrique lors d'un bilan thermique. **Mettre en œuvre un protocole expérimental permettant d'évaluer la conductivité thermique d'un matériau.**
Loi de Newton	Exploiter la loi de Newton fournie pour prendre en compte les échanges conducto-convectifs en régime stationnaire.
Équation de la chaleur sans terme source dans le cas d'une conduction thermique unidirectionnelle	Établir l'équation de la diffusion thermique dans le cas unidimensionnel. Interpréter qualitativement l'irréversibilité du phénomène. Relier le temps et la longueur caractéristiques d'un phénomène de diffusion thermique au coefficient de diffusion thermique par une analyse dimensionnelle.
Ondes thermiques	Établir une distance ou un temps caractéristique d'atténuation en utilisant le modèle de l'onde plane en géométrie unidirectionnelle.

Exemples d'approches documentaires :
- déterminer la résistance thermique d'un mur en analysant une documentation donnant les résistances thermiques surfaciques de différents matériaux ;
- conditionner la résistance thermique d'un transistor de puissance.

Électromagnétisme
L'électromagnétisme utilise les outils mathématiques présentés dans les parties 1, 2 et 3. Les milieux matériels envisagés auront des propriétés d'aimantation et de polarisation négligées.
Partie 4 : la détermination du champ électrostatique à l'aide du théorème de Gauss (ou de l'équation de Maxwell-Gauss) dans le cas de situations présentant de hautes symétries sera privilégiée et permettra la présentation d'applications concrètes.
Partie 5 : la conduction électrique permet de traiter un nouveau bilan en postulant la conservation de la charge. On cherchera à effectuer des analogies (avec la conductivité thermique, la mécanique des fluides…) et ainsi montrer la transversalité des modèles utilisés en physique.
Partie 6 : la détermination du champ magnétostatique à l'aide du théorème d'Ampère (ou de l'équation de Maxwell-Ampère) dans le cas de situations présentant de hautes symétries sera privilégiée et permettra la présentation d'applications concrètes.
Partie 7 : cette partie repose sur la loi de Faraday qui se prête parfaitement à une introduction expérimentale et qui peut constituer un bel exemple d'illustration de l'histoire des sciences. On n'omettra pas, à ce sujet, d'évoquer les différents points de vue que l'on peut avoir sur le même phénomène selon le référentiel où l'on se place.
Partie 8 : le phénomène d'auto-induction puis le couplage par induction-mutuelle entre deux circuits fixes permettent d'aborder le modèle du transformateur parfait ainsi que d'autres applications de l'induction dans des circuits fixes indéformables.
Partie 9 : seul le cas d'un conducteur en translation rectiligne sera abordé. Le rail de Laplace permet une mise en équation aisée du couplage électromécanique permettant ensuite d'étudier le cas du haut-parleur.

Partie 10 : les équations de Maxwell sont admises mais pourront largement être justifiées à l'aide des connaissances issues des parties précédentes. La propagation des ondes électromagnétiques dans le vide permettra de justifier la pertinence du modèle d'onde plane progressive harmonique polarisée rectilignement. La réflexion d'une onde électromagnétique sur un métal parfait et son confinement dans une cavité permettent aux étudiants d'approfondir leurs connaissances sur les ondes stationnaires.
Partie 11 : le dispositif des trous (ou fentes) d'Young permettra d'expliquer efficacement la modulation spatiale de l'énergie lumineuse lors d'interférences entre deux sources monochromatiques cohérentes. Aucune autre connaissance sur un autre diviseur du front d'onde n'est exigible.

Notions et contenus	Capacités exigibles
4. Électrostatique du vide	
Description et effets électriques d'une accumulation de charges statiques	Définir et utiliser une fonction densité volumique, surfacique out linéique de charges. Définir le champ électrostatique à l'aide de la force électrostatique ressentie par une charge ponctuelle d'essai placée dans le champ électrostatique d'une autre distribution. Citer quelques ordres de grandeurs de champs électriques. Énoncer le principe de Curie. Repérer les symétries et invariances d'une distribution. Définir la notion de ligne de champ électrostatique et prévoir la topographie des lignes de champ associées à une charge ponctuelle, un cylindrique infini, un plan infini uniformément chargés et une sphère chargée uniformément.
Équation de Maxwell-Gauss, théorème de Gauss et équation de Maxwell-Faraday de la statique	Énoncer l'expression du champ créé par une charge ponctuelle. Énoncer le théorème de Gauss et le relier à l'équation de Maxwell-Gauss. Utiliser le théorème de Gauss pour calculer un champ électrostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie (plan, cylindre, sphère). Énoncer l'équation de Maxwell-Faraday de la statique et justifier l'existence du potentiel électrostatique. Justifier les propriétés des lignes de champ électrostatique.
Conducteur en équilibre électrostatique	Énoncer les propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique. Énoncer le théorème de Coulomb et les relations de passage du champ électrostatique.
Le condensateur	Établir l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide en négligeant les effets de bords. Établir l'expression de la capacité linéique d'un condensateur cylindrique dans le vide en négligeant les effets de bords. Définir la notion de densité volumique d'énergie électrique à l'aide de l'exemple du condensateur plan. **Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant de mesurer l'énergie emmagasinée par un condensateur.**
5. Conduction électrique	
Courant dans un conducteur	Définir le vecteur densité de courant. Établir l'équation de conservation de la charge à une dimension en régime variable. Énoncer sa généralisation à trois dimensions puis expliquer que le vecteur densité de courant est à flux conservatif en régime stationnaire. Énoncer la loi d'Ohm locale. Expliquer l'effet Joule, définir la résistance électrique dans un conducteur et présenter le lien avec la conduction thermique en régime stationnaire. Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence des signaux.
6. Magnétostatique du vide	
Effets magnétiques d'un courant de charges	Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme. Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans une machine électrique, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre. Définir la notion de ligne de champ magnétostatique. Énoncer la relation donnant la force de Laplace s'exerçant sur un élément de circuit filiforme parcouru par un courant et placé dans un champ magnétostatique.

	Identifier les propriétés de symétrie et d'invariance d'une distribution de courant. Tracer l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, un fil rectiligne, une spire circulaire, une bobine longue et un tore.
Équation de Maxwell-Ampère de la statique, théorème d'Ampère et équation de Maxwell relative au flux du champ magnétique	Énoncer le théorème d'Ampère et le relier à l'équation de Mawxell-Ampère de la statique. Énoncer l'équation de Maxwell relative au flux du champ magnétique. Utiliser le théorème d'Ampère pour déterminer le champ magnétostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie (fil infini, câble coaxial, nappe de courant supposée « infinie », tore, solénoïde « infini » en admettant que le champ magnétique est nul à l'extérieur). Énoncer les relations de passage du champ magnétostatique. **Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant d'apprécier la validité du modèle du solénoïde infini.**
7. Lois de l'induction	
Flux d'un champ magnétique à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté	Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.
Loi de Faraday Courant induit par le déplacement relatif d'une boucle conductrice par rapport à un aimant ou un circuit inducteur. Sens du courant induit	**Décrire, mettre en œuvre et interpréter des expériences illustrant les lois de Lenz et de Faraday.**
Loi de modération de Lenz	Utiliser la loi de Lenz pour prédire ou interpréter les phénomènes physiques observés.
Force électromotrice induite, loi de Faraday	Utiliser la loi de Faraday en précisant les conventions d'algébrisation.
8. Circuit fixe dans un champ magnétique qui dépend du temps	
Auto-induction Flux propre et inductance propre Étude énergétique	Différencier le flux propre des flux extérieurs. Utiliser la loi de modération de Lenz. Évaluer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur, le champ magnétique créé par la bobine est admis comme étant équivalent à celui déterminé en régime stationnaire. **Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine.** Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent. Définir la notion de densité volumique d'énergie magnétique à l'aide de l'exemple du solénoïde infini. **Mettre en œuvre un dispositif expérimental permettant de mesurer l'énergie emmagasinée par une bobine.**
Induction mutuelle entre deux bobinages	Définir les flux mutuels. Indiquer l'égalité des inductances mutuelles. Conduire un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'auto-induction et d'induction mutuelle en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent. Définir le couplage parfait de deux circuits. Mettre en œuvre un protocole expérimental utilisant un transformateur utilisé en transformateur de tensions, de courants et adaptateur d'impédance.
Applications	Expliquer le principe du chauffage inductif, le principe d'une détection ampèremétrique, le fonctionnement d'un alternateur.
9. Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire	
Circuit en translation rectiligne dans un champ magnétique stationnaire. Rail de Laplace	Interpréter qualitativement les phénomènes observés dans le cas du rail de Laplace. Établir les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe. Établir et interpréter la relation entre la puissance de la force de Laplace et la puissance électrique. Effectuer un bilan énergétique. Expliquer l'origine des courants de Foucault et en connaître des exemples

	d'utilisation. **Mettre en évidence qualitativement les courants de Foucault.**
Conversion de puissance électrique en puissance mécanique Haut-parleur électrodynamique	Expliquer le principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique. Établir l'équation mécanique et l'équation électrique. Effectuer un bilan énergétique. Effectuer une étude en régime sinusoïdal forcé.
10. Propagation des ondes électromagnétiques	
Propagation des ondes électromagnétiques dans le vide	Énoncer les équations de Maxwell dans le vide. Interpréter qualitativement le lien entre l'équation de Maxwell-Faraday et la loi de Faraday. Établir l'équation de propagation des champs dans le vide.
Équation locale de Poynting	Décrire un bilan d'énergie électromagnétique dans le cas du vide et définir le vecteur de Poynting. Citer des ordres de grandeur de flux énergétiques moyens (Laser, flux solaire, etc.) Utiliser le flux du vecteur de Poynting à travers une surface orientée pour évaluer la puissance rayonnée.
Onde plane, onde plane progressive, onde plane progressive harmonique	Définir une onde plane, une onde plane progressive et une onde plane progressive harmonique. Expliquer la pertinence et les limites de ces modèles.
Onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement	Décrire la structure d'une onde plane progressive harmonique polarisée rectilignement. Expliquer la pertinence de ce modèle. Décrire la propagation de l'énergie des ondes planes progressives harmoniques polarisées rectilignement. **Mettre en œuvre un protocole expérimental illustrant la polarisation rectiligne d'une onde électromagnétique.**
Spectre des ondes électromagnétiques	Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications.
Réflexion sous incidence normale d'une onde plane, progressive et monochromatique polarisée rectilignement sur un plan conducteur parfait. Onde stationnaire	Exploiter la nullité des champs dans un métal parfait. Établir l'expression de l'onde réfléchie en exploitant les relations de passage fournies. Interpréter qualitativement la présence de courants localisés en surface. Reconnaître et caractériser une onde stationnaire.
Applications aux cavités à une dimension. Mode d'onde stationnaire	Mettre en œuvre un dispositif permettant d'étudier une onde électromagnétique, dans le domaine des ondes centimétriques.
11. Optique ondulatoire	
Interférences	Expliquer le modèle scalaire de l'onde lumineuse. Définir l'intensité lumineuse. Décrire le phénomène d'interférence à deux ondes monochromatiques dans le cas du dispositif des trous d'Young. Définir la différence de phase, la différence de marche, l'ordre d'interférence et l'intensité lumineuse en un point du champ d'interférence de deux ondes monochromatiques cohérentes. **Mettre en œuvre le dispositif expérimental des trous d'Young ou des fentes d'Young.**

Exemples d'approches documentaires :
- les travaux d'Ampère sur le magnétisme ;
- validité des lois de l'électrocinétique ;
- analyse du document constructeur d'un haut-parleur (détermination du facteur de qualité, de la fréquence de résonance, du rendement, etc.).

Appendice : outils mathématiques

Les outils mathématiques dont la maitrise est nécessaire à la mise en œuvre du programme de physique d'ATS sont ceux qui figurent dans la liste ci-dessous.

L'expression des différents opérateurs introduits sont exigibles en coordonnées cartésiennes. Les expressions des opérateurs en coordonnées cylindriques et sphériques et les formules d'analyse vectorielle ne sont pas exigibles ; elles doivent donc être systématiquement rappelées. Pour le cas où d'autres outils seraient ponctuellement nécessaires, il conviendrait de les mettre à disposition des étudiants sous une forme opérationnelle (formulaires…) et de faire en sorte que leur manipulation ne puisse pas constituer un obstacle.

Outils	Niveau d'exigence
1. Fonctions	
Fonctions usuelles	Exponentielle, logarithmes népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, $x \to x^2$, $x \to \frac{1}{x}$, $x \to \sqrt{x}$.
Dérivée	Interpréter géométriquement la dérivée. Dériver une fonction composée. Rechercher un extremum. **Exemple :** phénomène de résonance.
Primitive et intégrale Valeurs moyenne	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales. Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale. Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions cos, sin, $\cos^2$ et $\sin^2$. Interpréter l'intégrale en termes d'aire algébrique pour des fonctions périodiques simples. **Exemple :** étude de la valeur moyenne du produit de deux grandeurs harmoniques (grandeurs énergétiques).
Représentation graphique d'une fonction	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation donnée. Déterminer un comportement asymptotique ; rechercher un extremum. Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance en échelle log-log. **Exemple :** diagramme p(h)
Développements limités	Connaître et utiliser la formule de Taylor à l'ordre 1 ou 2 ; interpréter graphiquement. Connaître et utiliser les développements limités usuels au voisinage de 0 jusqu'au premier ordre non nul : $(1+x)^{\alpha}$, exponentielle, sinus, cosinus, logarithme népérien.
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique	Utiliser un développement en série de Fourier fourni via un formulaire. Mettre en évidence les propriétés de symétrie dans le domaine temporel (demi-période).
2. Équations différentielles	
Équation différentielle linéaire du premier et du second ordres à coefficients constants	Identifier l'ordre, expliciter les conditions initiales. Exploiter le polynôme caractéristique. Prévoir le caractère borné ou non des solutions de l'équation homogène (critère de stabilité). Mettre une équation sous forme canonique. L'écriture de l'équation différentielle doit permettre la vérification de l'homogénéité des grandeurs physiques. Tracer numériquement l'allure du graphe des solutions en tenant compte des conditions initiales (CI). Résoudre analytiquement (solution complète) dans le seul cas d'une équation du premier ou du deuxième ordre et d'un second membre constant. Obtenir analytiquement (notation complexe) le seul régime sinusoïdal forcé dans le cas d'un second membre sinusoïdal. Mettre en évidence l'intérêt d'utiliser la notation complexe dans le cas d'un régime forcé sinusoïdal. Déterminer le module et la phase des grandeurs. Mettre en évidence les notions de régime libre, régime permanent, régime forcé et régime transitoire. **Exemples :** mécanique, thermique…
Équation quelconque	Intégrer numériquement avec un outil fourni. Exemples : équations issues du principe fondamental de la dynamique.
3. Analyse vectorielle	

Gradient	Connaître le lien entre le gradient et la différentielle. Exprimer les composantes du gradient en coordonnées cartésiennes. Utiliser le fait que le gradient d'une fonction f est perpendiculaire aux surfaces iso-f et orienté dans le sens des valeurs de f croissantes.
Divergence.	Utiliser le théorème d'Ostrogradski fourni. Exprimer la divergence en coordonnées cartésiennes.
Rotationnel	Utiliser le théorème de Stokes fourni. Exprimer le rotationnel en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ scalaire	Définir $\Delta f = \mathrm{div}\,(\mathbf{grad}\, f)$. Exprimer le laplacien en coordonnées cartésiennes.
Laplacien d'un champ de vecteurs	Exprimer le laplacien d'un champ de vecteurs en coordonnées cartésiennes. Utiliser la formule d'analyse vectorielle : $\mathbf{rot}(\mathbf{rot}\mathbf{A}) = -\Delta\mathbf{A} + \mathbf{grad}(\mathrm{div}\mathbf{A})$.
4. Équations aux dérivées partielles	
Exemples d'équations aux dérivées partielles : équation de Laplace, équation de diffusion, équation de d'Alembert	Identifier une équation aux dérivées partielles connue. Transposer une solution fréquemment rencontrée dans un domaine de la physique à un autre domaine. Obtenir des solutions de forme donnée par substitution. Utiliser des conditions initiales et des conditions aux limites.
5. Calcul différentiel	
Différentielle d'une fonction de plusieurs variables Dérivée partielle	Connaître l'expression de la différentielle en fonction des dérivées partielles. Identifier la valeur d'une dérivée partielle, l'expression de la différentielle étant donnée.
6. Géométrie	
Vecteurs et systèmes de coordonnées	Exprimer algébriquement les coordonnées d'un vecteur. Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques. **Exemples :** repérage d'un champ des vitesses d'un écoulement ou d'un champ électromagnétique
Projection d'un vecteur et produit scalaire	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées sur une base orthonormée. Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire. **Exemple :** projection en mécanique dans un repère
Produit vectoriel	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées. Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel. Faire le lien avec l'orientation des trièdres. **Exemple :** propriétés du champ magnétique
Transformations géométriques	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations. Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace.
Longueurs, aires et volumes classiques	Connaître les expressions du périmètre du cercle, de l'aire du disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre.
7. Trigonométrie	
Angle orienté	Définir une convention d'orientation des angles dans un plan et lire des angles orientés. Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles de rotation autour de cet axe.
Fonctions cosinus, sinus et tangente	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire, relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, relations entre fonctions trigonométriques, parités, valeurs

	des fonctions pour les angles usuels. Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus ; utiliser un formulaire dans les autres cas. Passer de la forme A $\cos(\omega t)$ + B $\sin(\omega t)$ à la forme C $\cos(\omega t - \varphi)$.
Nombres complexes et représentation dans le plan Somme et produit de nombres complexes	Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument. **Exemple :** régime sinusoïdal forcé

Annexe 4

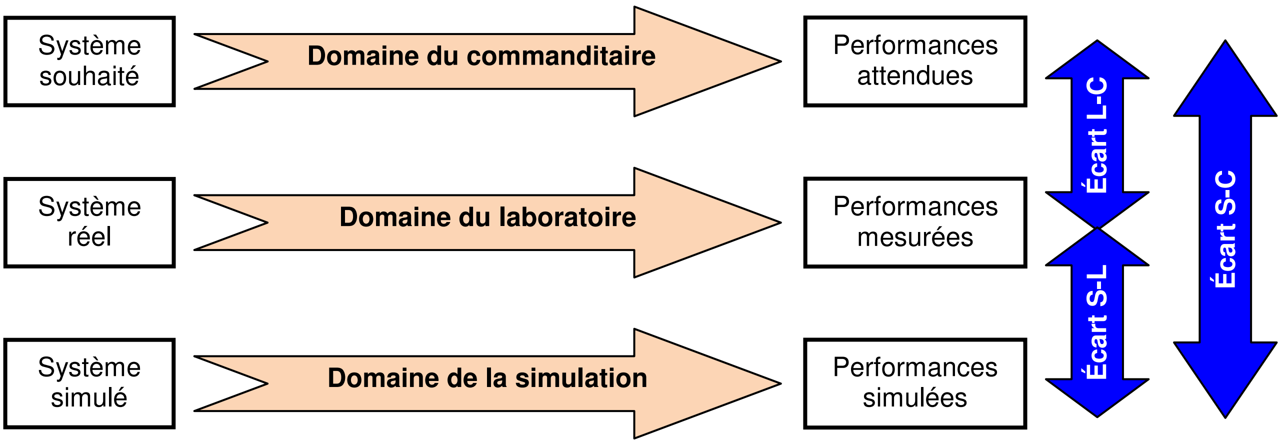
Objectifs de formation et programme de sciences industrielles de l'ingénieur de la classe préparatoire scientifique ATS ingénierie industrielle

La filière ATS **ingénierie industrielle** est une classe préparatoire aux grandes écoles d'ingénieurs pour des étudiants titulaires d'un BTS ou d'un DUT scientifique ou technologique. Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur s'inscrit dans une volonté d'adaptation aux enseignements dispensés dans les grandes écoles et plus généralement aux poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour renforcer, approfondir et élargir leur formation générale, scientifique et technologique. Cette formation se fait en une année, non seulement pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, mais aussi pour permettre de se former tout au long de la vie. Les programmes de la filière ATS **ingénierie industrielle** ont été écrits de façon concertée et avec une volonté de cohérence transversale. Comme pour les autres disciplines, celui de sciences industrielles de l'ingénieur fait apparaître des renvois vers les mathématiques, la physique et l'informatique.

I. Objectifs de formation

1.1 Finalités

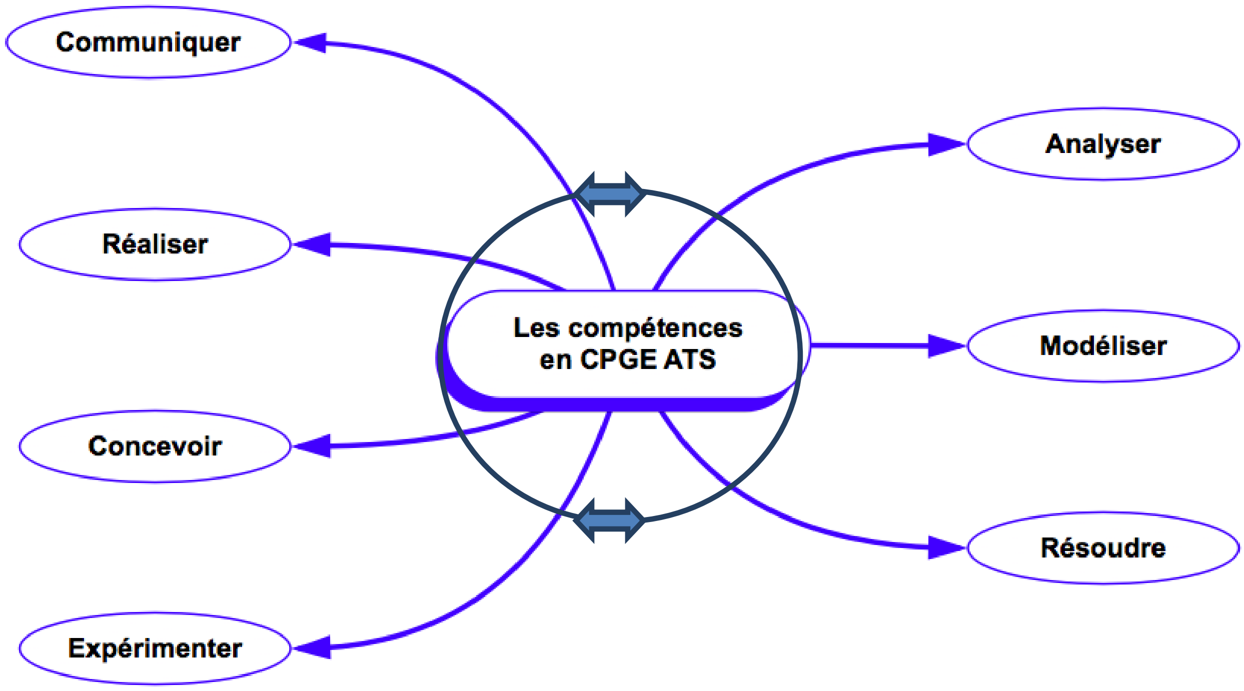
La complexité des systèmes et leur développement, dans un contexte économique et écologique contraint, requièrent des ingénieurs et des scientifiques ayant des compétences scientifiques et technologiques de haut niveau, capables d'innover, de prévoir et maîtriser les performances de ces systèmes.
Le programme de sciences industrielles de l'ingénieur s'inscrit dans la préparation des étudiants à l'adaptabilité, la créativité et la communication nécessaires dans les métiers d'ingénieurs, de chercheurs et d'enseignants.
L'enseignement des sciences industrielles de l'ingénieur a pour objectif d'aborder la démarche de l'ingénieur qui permet, en particulier :
- de conduire l'analyse fonctionnelle, structurelle et comportementale d'un système pluri-technologique ;
- de vérifier les performances attendues d'un système, par l'évaluation de l'écart entre un cahier des charges et des réponses expérimentales ;
- de proposer et de valider des modèles d'un système à partir d'essais, par l'évaluation de l'écart entre les performances mesurées et les performances simulées ;
- de prévoir les performances d'un système à partir de modélisations, par l'évaluation de l'écart entre les performances simulées et les performances exprimées dans le cahier des charges ;
- d'analyser ces écarts et de proposer des solutions en vue d'une amélioration des performances.



L'identification et l'analyse des écarts mobilisent des compétences transversales qui sont développées en particulier en mathématiques et en physique. Les sciences industrielles de l'ingénieur constituent un vecteur de coopération interdisciplinaire et participent à la poursuite d'études dans l'enseignement supérieur.
Les systèmes complexes pluri-technologiques étudiés relèvent de grands secteurs technologiques : transport, énergie, production, bâtiment, santé, communication, environnement. Cette liste n'est pas exhaustive et les enseignants ont la possibilité de s'appuyer sur d'autres domaines qu'ils jugent pertinents. En effet, les compétences développées dans le programme sont transposables à l'ensemble des secteurs industriels.
Les technologies de l'information et de la communication sont systématiquement mises en œuvre dans l'enseignement. Elles accompagnent toutes les activités proposées, individuelles et en équipe, et s'inscrivent naturellement dans le contexte collaboratif d'un environnement numérique de travail (ENT).

1.2 Objectifs généraux

À partir de systèmes industriels placés dans leur environnement technico-économique, l'organisation du programme, qui est décliné en compétences associées à des connaissances et savoir-faire, est présentée ci-dessous :



Les compétences développées en sciences industrielles de l'ingénieur forment un tout cohérent, en relation directe avec la réalité industrielle qui entoure l'étudiant. Couplées à la démarche de l'ingénieur, elles lui permettent d'être sensibilisé aux travaux de recherche, de développement et d'innovation.
Analyser permet des études fonctionnelles, structurelles et comportementales des systèmes, conduisant à la compréhension de leur fonctionnement et à une justification de leur architecture. Via les activités expérimentales, elles permettent d'acquérir une culture des solutions industrielles qui facilitent l'appropriation de tout système nouveau. Cette approche permet de fédérer et assimiler les connaissances présentées dans l'ensemble des disciplines scientifiques et technologiques de classes préparatoires aux grandes écoles.
Modéliser permet d'appréhender le réel et d'en proposer, après la formulation d'hypothèses, une représentation graphique, symbolique ou équationnelle, pour comprendre son fonctionnement, sa structure et son comportement. Le modèle retenu permet des simulations afin d'analyser, de vérifier, de prévoir et d'améliorer les performances d'un système.
Résoudre permet de donner la démarche pour atteindre de manière optimale un résultat. La résolution peut être analytique ou numérique. L'outil de simulation numérique permet de prévoir les performances de systèmes complexes en s'affranchissant de la maîtrise d'outils mathématiques spécifiques.
Expérimenter permet d'appréhender le comportement des systèmes, de mesurer, d'évaluer et de modifier les performances. Les activités expérimentales sont au cœur de la formation et s'organisent autour de systèmes industriels instrumentés ou de systèmes didactisés utilisant des solutions innovantes. Elles permettent de se confronter à la complexité de la réalité industrielle, d'acquérir une culture des solutions technologiques, de formuler des hypothèses pour modéliser le réel, d'en apprécier leurs limites de validité, de développer le sens de l'observation, le goût du concret et la prise d'initiative.
Concevoir permet à l'étudiant d'imaginer un produit conforme aux exigences d'un cahier des charges à partir d'un système réel ou d'une maquette virtuelle, notamment dans le cadre des mini-projets. Les modalités pédagogiques spécifiques liées à la résolution de problèmes et à la recherche documentaire sont mises en œuvre.
Réaliser permet à l'étudiant des réalisations partielles à l'aide d'un prototypage rapide et d'effectuer certains contrôles de conformité au travers d'expérimentations, notamment dans le cadre des mini-projets.
Communiquer permet de décrire, avec les outils de la communication technique et l'expression technologique adéquate, le fonctionnement, la structure et le comportement des systèmes.

1.3 Usage de la liberté pédagogique

Les finalités et objectifs généraux de la formation en sciences industrielles de l'ingénieur laissent à l'enseignant une latitude certaine dans le choix de l'organisation de son enseignement, de ses méthodes, de sa progression globale, mais aussi dans la sélection de ses problématiques ou ses relations avec ses étudiants. Elle met fondamentalement en exergue sa liberté pédagogique, suffisamment essentielle pour lui être reconnue par la loi. La liberté pédagogique de l'enseignant peut être considérée comme le pendant de la liberté d'investigation de l'ingénieur et du scientifique.
Globalement dans le cadre de sa liberté pédagogique, le professeur peut organiser son enseignement en respectant deux principes directeurs :
- pédagogue, il doit privilégier la mise en activités d'étudiants en évitant le dogmatisme ; l'acquisition des connaissances et des savoir-faire sera d'autant plus efficace que les étudiants seront acteurs de leur formation. Les supports pédagogiques utilisés doivent notamment aider à la réflexion, la participation et l'autonomie des étudiants. La détermination des problématiques et des systèmes, alliée à un temps approprié d'échanges, favorise cette mise en activité ;
- didacticien, il doit recourir à la mise en contexte des connaissances et des systèmes étudiés ; les sciences industrielles de l'ingénieur et les problématiques qu'elles induisent se prêtent de façon privilégiée à une mise en perspective de leur enseignement avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, des questions d'actualité ou des débats d'idées. L'enseignant de sciences industrielles de l'ingénieur est ainsi conduit naturellement à mettre son enseignement « en culture » pour rendre sa démarche plus naturelle et motivante auprès des étudiants.

II. Organisation de l'enseignement

2.1 Activités proposées

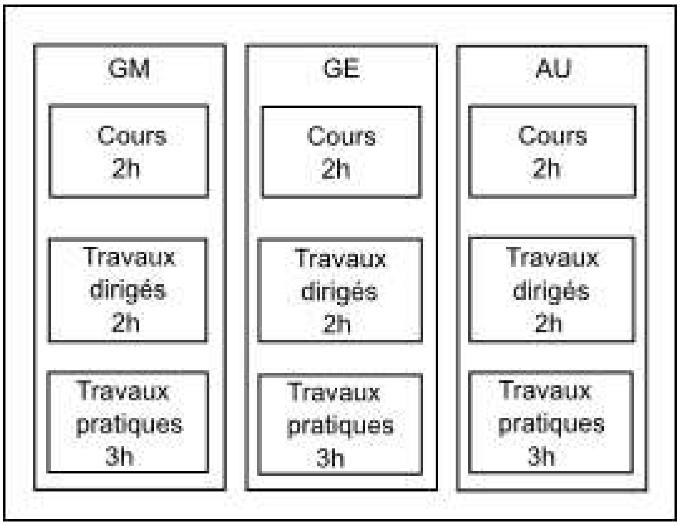
L'enseignement des sciences industrielles de l'ingénieur doit être centré sur les activités de modélisation, de travaux pratiques (TP) à partir des systèmes présents dans le laboratoire et de mini-projets. Les TP et les mini-projets sont organisés par groupe de 15 étudiants au maximum dans le laboratoire de sciences industrielles de l'ingénieur.
Les activités de modélisation nécessitent de la part du ou des enseignants de sciences industrielles de l'ingénieur en CPGE de prévoir des travaux pratiques qui ont pour objectif de développer des aptitudes spécifiques, complémentaires de celles qui sont valorisées dans les autres disciplines. Ils permettent :
- d'acquérir une opérationnalité dans la démarche ingénieur, c'est-à-dire de développer les compétences nécessaires pour analyser et concevoir un système complexe ;
- de consolider les connaissances et la maîtrise des outils vus en cours et en TD ;
- de découvrir la réalité des solutions industrielles, et de développer le sens de l'observation, le goût du concret et la prise d'initiative et de responsabilité.
Les mini-projets sont des travaux incluant un temps d'analyse, de propositions de solutions puis de validation à l'aide de simulations, d'expérimentations ou de mise en œuvre avec des techniques de prototypages rapides. Les activités sont encadrées mais une autonomie importante sera recherchée. Chaque séance donne lieu à la rédaction d'une note de synthèse par les étudiants qui doit traduire l'avancement des travaux et les difficultés rencontrées. Cette synthèse est analysée par le ou les professeurs de sciences industrielles de l'ingénieur. Les conclusions de cette analyse guident la progression pédagogique qui doit être élaborée à partir des compétences à faire acquérir aux étudiants.
Les activités proposées à l'occasion des mini-projets peuvent être :
- des travaux de modélisation portant sur des systèmes complexes réels ;
- des travaux de simulation portant sur des systèmes complexes réels ;
- des travaux d'essais et de mesures sur des systèmes existants soit au laboratoire, soit accessibles en ligne ;
- des modifications concernant des lois de commande destinées à des systèmes existants dans le laboratoire ;
- la rédaction de procédures de réglage ou de mesures.
L'ensemble de ces activités doit renforcer les acquis scientifiques et technologiques, l'autonomie des étudiants, les facultés de prise de décisions et favoriser la gestion de projet en équipe. L'articulation de l'enseignement autour des activités de TP et de mini-projets est imposée.
L'objectif de la formation consiste à réduire les différences de maîtrise des compétences, qui sont constatées à l'entrée en ATS ingénierie industrielle. Dans ces conditions, l'enseignement de sciences industrielles de l'ingénieur comporte deux périodes de formation différentes. La première période est une période de mise à niveau qui permet d'assurer une pédagogie par projets dispensée durant la seconde période.
Durant la première période (de septembre à janvier), l'hétérogénéité de l'origine des étudiants impose une répartition en trois groupes qui recevront un enseignement différencié : un groupe avec une sensibilité génie électrique (GE), un groupe avec une sensibilité génie mécanique (GM) et un troisième groupe (AU) regroupant les formations plus spécifiques des sciences industrielles de l'ingénieur (génie civil, mesures physiques, génie thermique et énergétique, géomètre topographe, fluide énergie, construction et autres formations « rares »).

Les cours et TD sont articulés autour de cycles de travaux pratiques de trois ou quatre séances, suivies d'une séance de synthèse, centrées sur une problématique claire et précise, associée à des compétences à faire acquérir aux étudiants.
Durant la seconde période (à partir de janvier), l'enseignement est articulé autour de mini-projets d'une durée de 2 à 4 semaines associant des équipes mixtes issues des trois groupes.

La répartition hebdomadaire des horaires est décrite ci-dessous.

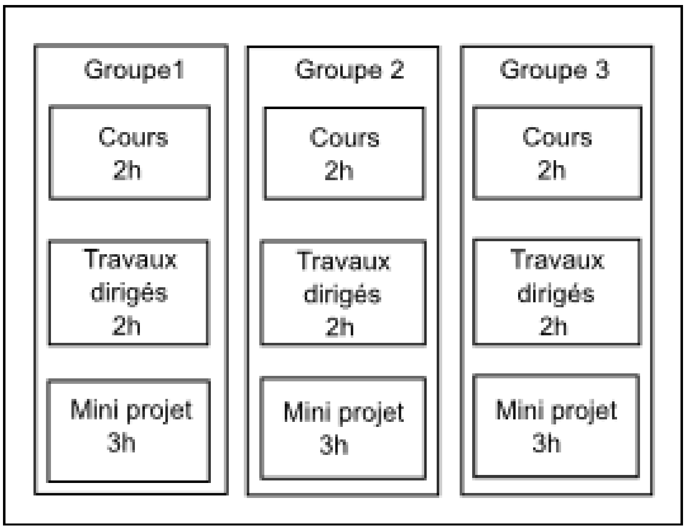
2.2 Organisation pendant la première période de l'année

Il existe trois groupes qui fonctionnent en parallèle (un groupe GE, un groupe GM et un groupe AU). Chaque groupe se voit proposer un enseignement adapté (2 h de cours, 2 h de TD et 3 h de TP). La différenciation peut porter sur les niveaux d'approfondissement, les contenus ou les modalités pédagogiques mises en œuvre.
1re période



2.3 Organisation pendant la seconde période de l'année

Il existe trois groupes pédagogiques constitués d'étudiants issus des trois groupes de la première période (GE, GM et AU). Chaque groupe pédagogique se voit proposer un enseignement de sciences industrielles de l'ingénieur (2 h de cours, 2 h de TD et 3 h de mini-projets) articulé autour de mini-projets différenciés. Les mini-projets, sous la responsabilité du ou des professeurs de sciences industrielles de l'ingénieur, sont réalisés par des équipes mixtes de trois à cinq étudiants issus des trois groupes de la première période (GE, GM et AU).
2e période



III. Programme

3.1 Présentation

L'écriture du programme en compétences permet de structurer les connaissances et de développer ainsi chez l'étudiant l'esprit critique, la prise d'initiative et la créativité indispensables à un ingénieur.
Dans les tableaux décrivant les compétences, la colonne « P » précise la période 1 ou 2 souhaitée pour développer chaque compétence. Les trois colonnes suivantes indiquent un niveau d'entrée en fonction du champ du diplôme obtenu : génie électrique (GE), génie mécanique (GM), autre (AU). La dernière colonne correspond au niveau requis à la sortie pour les concours (S).
Les tableaux liés aux compétences n'ont pas pour objet de définir une progression pédagogique. Les connaissances et les savoir-faire associés sont répartis selon une progression organisée en deux périodes. Lorsqu'ils sont positionnés en période 1, cela signifie :
- qu'ils doivent être acquis en fin de période 1 ;
- qu'ils peuvent être utilisés en période 2.

Lorsqu'une connaissance et le(s) savoir-faire associé(s) sont positionnés en période 2, cela signifie qu'ils peuvent être introduits au cours de la période 1.
La diversité des outils existants pour décrire les systèmes pluri-technologiques rend difficile la communication et la compréhension au sein d'une équipe regroupant des spécialistes de plusieurs disciplines. Il est indispensable d'utiliser des outils compréhensibles par tous et compatibles avec les spécificités de chacun. Le langage de modélisation SysML (System Modeling Language) s'appuie sur une description graphique des systèmes et permet d'en représenter les constituants, les programmes, les flux d'information et d'énergie. L'adoption de ce langage en classes préparatoires, associé à un outil de simulation non causal, permet de répondre au besoin de modélisation à travers un langage unique. Il intègre la double approche structurelle et comportementale des systèmes représentatifs du triptyque Matière - Énergie - Information. Le langage SysML permet de décrire les systèmes selon différents points de vue cohérents afin d'en permettre la compréhension et l'analyse. Les diagrammes SysML remplacent les outils de description fonctionnelle et comportementale auparavant utilisés et qui ne sont plus au programme.
Il sera fait appel, chaque fois que nécessaire, à une étude documentaire, éventuellement en anglais, destinée à analyser et à traiter l'information relative à la problématique choisie.

3.2 Niveaux d'approfondissement

Les niveaux d'approfondissement des connaissances et savoir-faire sont spécifiés ci-dessous. Ce niveau de d'approfondissement étant différent pour chaque groupe à l'entrée en ATS ingénierie industrielle, il est précisé dans les colonnes GE, GM et AU.
Le niveau 1 est relatif à l'appréhension de la vue d'ensemble d'un sujet. Les réalités sont montrées sous certains aspects de manière partielle ou globale. Ce niveau indique la capacité d'identifier, de citer et d'évoquer un phénomène sans nécessairement le placer dans son contexte.
Le niveau 2 est relatif à l'acquisition de moyens d'expression et de communication. Il s'agit de maîtriser une connaissance. Ce niveau indique la capacité de décrire, d'expliquer, de faire un schéma et d'exprimer la compréhension d'un phénomène dans le contexte demandé.
Le niveau 3 est relatif à la maîtrise de procédés et d'outils d'étude ou d'action. Il s'agit de maîtriser un savoir-faire. Ce niveau indique la capacité d'utiliser un modèle, de mettre en œuvre une démarche de dimensionnement, de représenter et simuler un fonctionnement, d'effectuer une mesure, avec une certaine autonomie.

3.3 Contenu

A – Analyser

A1 Identifier le besoin et appréhender les problématiques

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée GE	Niveau d'entrée GM	Niveau d'entrée AU	S
Analyse fonctionnelle	Décrire le besoin Présenter la fonction globale Identifier les domaines d'application, les critères technico-économiques Identifier les contraintes Qualifier et quantifier les exigences (critères, niveaux) Identifier et caractériser les fonctions	1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1	2 2 2 2 2 2
Commentaires						

Les diagrammes SysML, des cas d'utilisation et des exigences, sont présentés à la lecture. L'analyse fonctionnelle, outil indispensable à la conception et à la réalisation de produits compétitifs, constitue un moyen de situer une problématique technique ; elle fournit un cadre structurant des connaissances visées par le programme, quel que soit le champ disciplinaire abordé. La sensibilisation aux différents outils est abordée à travers quelques exemples pertinents et par la mise en situation systématique des objets d'études lors des TD ou des TP. Sur un système complexe, l'analyse et la description fonctionnelles doivent être partielles. L'étude se limitera donc à une seule chaîne d'énergie dans le cas d'un système complexe.						
Impact environnemental	Évaluer l'impact environnemental (matériaux, énergie, nuisances) Établir une analyse du cycle de vie et analyser les résultats Effectuer un bilan carbone	1 1 1	1 1 1	1 1 1	1 1 1	2 2 2
Commentaires On met en évidence ces notions par l'intermédiaire d'un outil numérique adapté. L'analyse du cycle de vie se limite à l'étude d'un produit simple ou d'une partie d'un système.						

A2 Définir les frontières de l'analyse

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Impact environnemental	Définir les éléments influents du milieu extérieur Identifier les contraintes	1 1	1 1	1 1	1 1	2 2
Notion d'isolement Cas d'utilisation	Isoler un système et justifier l'isolement Définir les limites et les contraintes choisies ou imposées	1 1	1 1	1 1	1 1	2 2

A3 Appréhender les analyses fonctionnelle, structurelle et comportementale

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Analyse fonctionnelle Analyse structurelle Analyse comportementale	Identifier les fonctions techniques	1	2	2	1	3
	Déterminer les fonctions associées aux constituants et en justifier le choix	1	1	2	1	3
	Identifier les architectures fonctionnelles et structurelles	1	2	2	1	3
	Identifier la nature des flux échangés (matière, énergie, information) traversant la frontière d'étude	1	2	2	1	3
	Préciser leurs caractéristiques (variable potentielle, variable flux)	1	1	1	1	2
	Identifier et décrire les chaînes d'information et d'énergie	1	2	2	1	3
	Identifier les constituants réalisant les fonctions : acquérir, traiter, communiquer, alimenter, moduler, convertir, transmettre et agir	1	2	2	1	3
	Vérifier l'homogénéité et la compatibilité des flux entre les différents constituants	1	1	1	1	2
	Analyser un système réel ou sa représentation 3D en vue de déterminer la nature d'une liaison	1	1	3	1	3
	Analyser le comportement d'un système ou d'un modèle	1	2	2	1	2
Commentaires Les diagrammes SysML des cas d'utilisation, des exigences, de définition de blocs, de blocs internes, des états, de séquences, paramétrique, sont présentés à la lecture. Certains diagrammes peuvent être modifiés ou complétés mais la syntaxe du langage SysML doit être fournie. La représentation plane d'un mécanisme peut être utilisée mais sa maîtrise n'est pas exigée. Dans les diagrammes de blocs internes, on précise les variables potentielles (vitesse, vitesse angulaire, tension, pression, température, etc.) et les variables de flux (force, couple, courant, débit, flux thermique, etc.). Cette description permet de construire une culture de solutions technologiques.						
Système asservi multi-physique	Identifier la structure d'un système asservi : chaîne directe, chaîne de retour	1	3	1	1	3
	Identifier et positionner les perturbations	1	2	1	1	3
	Différencier régulation et asservissement	1	2	1	1	3
Commentaire Il faut insister sur la justification de l'asservissement par la présence de perturbations et de critères de rapidité et de précision.						
Chaîne d'énergie Chaîne d'information	Identifier les liens entre chaîne d'énergie et chaîne d'information Identifier les sens de transfert d'énergie	1 1	2 2	2 1	1 1	3 3

	Caractériser la nature d'une source Analyser la réversibilité de la chaîne d'énergie Analyser l'effet de la commande sur le comportement de la chaîne d'énergie	1 2 2	2 1 1	11 1	1 1 1	3 2 2
Comportement des systèmes logiques Représentation des signaux	Analyser le comportement d'un système décrit par un graphe d'état, un logigramme ou un chronogramme	1	2	1	1	3
Algorithmique Comportement des systèmes numériques	(Informatique 2) Analyser et interpréter un algorithme (Informatique 1.b) Représenter une information numérique sous différents formats (décimal, binaire, hexadécimal, nombre réel à virgule fixe ou flottante) (Informatique 1.b) Analyser la conséquence de la représentation choisie					
Transport et transmission de l'information	Identifier les architectures matérielles et fonctionnelles d'un réseau de communication Déterminer le débit de transmission Décoder une trame en vue d'analyser les différents champs	2 2 2	2 2 2	1 1 1		2 3 3
Commentaire On insiste sur la relation entre la bande passante et le débit d'une liaison numérique, ainsi que sur l'influence du rapport signal / bruit. La notion de protocole (règles, formats, conventions, débits de transmission) est introduite, y compris dans l'étude des liaisons point à point.						
Acquisition de l'information : capteurs et détecteurs Traitement de l'information	Identifier et caractériser un capteur ou un détecteur Analyser le besoin et proposer un gabarit de filtre	1 2	2 2	2 2	1 1	2 2
Commentaire Les solutions techniques retenues sont les capteurs de position, de déplacement, de vitesse, d'accélération, d'effort, de pression, de débit et de température. Le théorème de Shannon est donné sans démonstration. Pour les convertisseurs analogique-numérique, la présence d'un filtre anti-repliement est précisée et justifiée sans calcul.						

A4 Caractériser des écarts

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Identification des écarts	Exploiter et interpréter les résultats d'un calcul ou d'une simulation (analyse de la modélisation proposée et des résultats obtenus) Traiter des données de mesures et de simulations et extraire les caractéristiques statistiques Extraire du cahier des charges les grandeurs pertinentes	1 1 1	1 1 1	1 1 1	1 1 1	3 3 3
Commentaire On insiste sur le choix des résultats de simulation et des réponses expérimentales.						
Quantification des écarts	Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs mesurées Quantifier des écarts entre des valeurs attendues et des valeurs obtenues par simulation Quantifier des écarts entre des valeurs mesurées et des valeurs obtenues par simulation	1 1 1	1 1 1	1 1 1	1 1 1	3 3 3
Analyse structurelle Comportement des systèmes	Rechercher et proposer des causes aux écarts constatés Vérifier la cohérence du modèle choisi avec des résultats d'expérimentation	2 2	1 1	1 1	1 1	2 3

A5 Apprécier la pertinence et la validité des résultats

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	

Comportement des systèmes	Prévoir l'ordre de grandeur et l'évolution de la mesure ou de la simulation	2	1	1	1	3
	Critiquer les résultats issus d'une mesure ou d'une simulation	2	1	1	1	2
	Identifier des valeurs erronées	2	1	1	1	3
	Analyser la pertinence du choix des grandeurs simulées	2	1	1	1	3
	Valider ou affirmer une hypothèse	2	1	1	1	3
Protocole expérimental et réalisation	Exploiter et interpréter des résultats de mesure ou de simulation	2	2	2	1	3
	Utiliser des symboles et des unités adéquates	2	2	2	1	3
	Vérifier l'homogénéité des résultats	2	2	2	1	3

B - Modéliser

B1 Identifier et caractériser les grandeurs physiques agissant sur un système

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Analyse structurelle Modélisation des entrées - sorties d'un système	Qualifier les grandeurs d'entrée et de sortie d'un système isolé	1	1	1	1	2
Commentaires On insiste sur les notions d'association en fonction de la nature des sources et des charges Le point de vue de l'étude conditionne le choix de la variable potentielle ou de la variable de flux à utiliser.						
Représentation des signaux	Décrire les évolutions temporelles ou fréquentielles des grandeurs dans les chaînes d'énergie et d'information	1	2	1	1	3
Chaîne d'énergie	Associer les grandeurs physiques aux échanges d'énergie et à la transmission de puissance	1	2	1	1	3
	Identifier les pertes d'énergie dans un convertisseur statique d'énergie, dans un actionneur ou dans une liaison	2	2	1	1	2
Action mécanique	Réaliser l'inventaire des actions mécaniques extérieures s'exerçant sur un solide ou un ensemble de solides	1	1	3	1	3
Commentaires La puissance est toujours égale au produit d'une variable potentielle (vitesse, vitesse angulaire, tension, pression, température, etc.) par une variable de flux (force, couple, courant, débit, flux thermique, etc.). Les systèmes multi-physique sont limités aux domaines de l'électricité, de la mécanique, de l'hydraulique et de la thermique.						
Chaîne d'information	Identifier la nature de l'information et la nature du signal	1	2	1	1	3
Analyse structurelle	Identifier les grandeurs influentes d'un système	2	1	1	1	2
	Proposer des hypothèses simplificatrices en vue de la modélisation	2	1	1	1	2
Commentaire On vérifiera l'adéquation des hypothèses avec les objectifs à atteindre.						

B2 Proposer un modèle de connaissance et de comportement

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Conditionnement de l'information	Établir le modèle de comportement d'un constituant	1	2	1	1	3
Transmission de l'énergie	Associer un modèle à un constituant	1	1	1	1	3
Commentaires On se limite aux fonctions suivantes : filtrer et amplifier. On se limite aux constituants suivants : trains d'engrenage simple et épicycloïdal, poulies-courroie, vis-écrou, bielle-manivelle, roue et vis sans fin. Les paramètres des modèles associés sont limités au rapport de réduction, au rendement et à la réversibilité. D'autres études peuvent être proposées à partir de documents ressources fournis.						
Modulation de l'énergie	Modéliser l'association convertisseur statique-machine	2	2	1	1	3
Conversion de l'énergie	Modéliser une non-réversibilité dans une chaîne d'énergie	2	1	1	1	2
Commentaires On insiste sur la nature des grandeurs physiques d'entrée et de sortie. Pour les solutions électriques, on précise les régimes continu ou alternatif, les sources de courant ou de tension						

parfaites : - réseaux de distribution monophasé et triphasé équilibré ; - réseaux embarqués, piles, panneaux solaires et accumulateurs (différentes technologies et leurs principales applications). On limite les études aux convertisseurs statiques directs, non isolés. Les convertisseurs statiques au programme sont les hacheurs série, parallèle et 4 quadrants, l'onduleur de tension et le montage redresseur PD2. Dans le cadre d'une démarche pédagogique, le montage PD2 est abordé à partir du montage P2. On montre l'intérêt de la commande MLI du point de vue de la qualité de l'énergie. Les développements en série de Fourier seront fournis. On insiste sur l'obligation d'une commande en couple d'un actionneur électromécanique. Voir annexe « outils mathématiques » pour les développements en série de Fourier.						
Liaison mécanique	Proposer et justifier un modèle de liaison entre deux solides à partir d'un système réel ou de sa représentation 3D Associer à une liaison un torseur d'action mécanique transmissible et un torseur cinématique Déterminer la liaison cinématiquement équivalente à un ensemble de deux liaisons	1 1 1	1 1 1	3 3 2	1 1 1	3 3 3
Commentaires Le modèle de liaison est déterminé, soit à partir des surfaces fonctionnelles, soit à partir des mobilités. La représentation plane d'un mécanisme peut être utilisée mais sa maîtrise n'est pas exigée.						
Loi de mouvement	Paramétrer les mouvements d'un solide indéformable	1	1	2	1	2
Schématisation des solutions	Réaliser le graphe des liaisons de tout ou partie d'un mécanisme Proposer un schéma cinématique (plan ou 3D) minimal de tout ou partie d'un mécanisme	1 1	1 1	3 2	1 1	3 3
Action mécanique Solide indéformable	Associer un modèle à une action mécanique avec ou sans frottement (lois de Coulomb) Écrire la relation entre modèle local et modèle global dans le cas d'actions réparties Déterminer la masse et le centre d'inertie d'un solide indéformable Déterminer la matrice d'inertie d'un solide indéformable à l'aide d'un modeleur volumique	1 1 2 2	1 1 1 1	2 1 1 1	1 1 1 1	2 2 2 2
Commentaire Les résistances au roulement, au pivotement, ainsi que la théorie de Hertz, ne sont pas au programme.						
Distribution et modulation de l'énergie	Adapter la typologie d'un convertisseur statique à la nature des sources	2	1	1	1	2
Commentaire On se limite à la conversion directe non isolée.						
Représentation et identification d'un système asservi multi-physique	Établir le schéma-blocs du système Déterminer les fonctions de transfert à partir d'équations physiques (modèle de connaissance) Déterminer les fonctions de transfert en boucle ouverte et boucle fermée Identifier les paramètres caractéristiques d'un modèle du premier ou du second ordre à partir de sa réponse indicielle	1 1 1 1	2 2 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1	3 3 3 3
Commentaire On se limite aux opérateurs de dérivation et d'intégration de la transformée de Laplace.						
Modélisation d'un système asservi multi-physique Système non linéaire	Linéariser un modèle autour d'un point de fonctionnement Définir les paramètres du modèle Compléter un diagramme paramétrique Identifier les paramètres d'un modèle de comportement à partir d'un diagramme de Bode Associer à un modèle de comportement (premier et second ordre, dérivateur, intégrateur), l'analyse d'un diagramme de Bode	1 1 1 1 1	1 1 1 1 1	1 1 1 1 1	1 1 1 1 1	2 2 2 3 3
Commentaires Les abaques nécessaires à l'identification temporelle sont fournis pour le modèle du second ordre. Dans le domaine fréquentiel, seul le diagramme de Bode est développé pour l'identification d'un modèle de comportement. Des modules de simulation et de calcul de type non causal sont à privilégier.						

B3 Valider un modèle

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée GE	GM	AU	S
Modélisation d'un système multi-physique	Vérifier la cohérence du modèle choisi avec les résultats d'expérimentation	2	1	1	1	3
	Modifier les paramètres et enrichir le modèle pour minimiser l'écart entre les résultats simulés et les réponses mesurées	2	1	1	1	2
Simplification d'une modélisation	Réduire l'ordre de la fonction de transfert selon l'objectif visé, à partir des pôles dominants qui déterminent la dynamique asymptotique du système	2	1	1	1	2
Système non linéaire	Définir les limites de validité d'un modèle	2	1	1	1	2

Commentaire
On met l'accent sur les approximations faites, leur cohérence et domaine de validité par rapport aux objectifs. L'étude des systèmes non linéaires n'est pas au programme. Les activités de simulation et d'expérimentation doivent être l'occasion de mettre en évidence les limites des modèles linéaires (présence de saturation, d'hystérésis, de retard, etc.).

C - Résoudre

C1 Choisir une démarche de résolution

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée GE	GM	AU	S
Performances d'un système multi-physique	Proposer une démarche permettant de prévoir les performances d'un système asservi	2	1	1	1	2
Réglage de correcteurs	Proposer une démarche de réglage d'un paramètre d'un correcteur proportionnel ou proportionnel-intégral	2	2	1	1	3
Loi de mouvement	Proposer une démarche permettant de déterminer une loi de mouvement	1	1	2	1	2
Action mécanique Inconnues de liaison	Proposer une méthode permettant la détermination des inconnues de liaison	1	1	2	1	2
	Proposer une méthode permettant la détermination des paramètres conduisant à des positions d'équilibre	1	1	2	1	2
Alimentation en énergie Modulation d'énergie Conversion d'énergie	Proposer une méthode de résolution permettant la détermination des courants, des tensions, des puissances échangées, des énergies transmises ou stockées	2	2	1	1	3

C2 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution analytique

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée GE	GM	AU	S
Représentation des signaux	Tracer les évolutions des grandeurs physiques dans les domaines fréquentiel et temporel	1	2	1	1	2
	Prévoir les réponses temporelles des systèmes linéaires continus invariants du premier et second ordre	1	2	1	1	3
	Prévoir les réponses fréquentielles des systèmes linéaires continus invariants	1	2	1	1	3
Performances d'un système asservi (précision, rapidité et stabilité)	Caractériser la stabilité d'un système du premier et du second ordre	1	2	1	1	3
	Justifier le choix d'un correcteur vis-à-vis des performances attendues	2	2	1	1	3
	Déterminer des paramètres permettant d'assurer la stabilité dans les domaines fréquentiel et de Laplace	2	2	1	1	2
	Déterminer l'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une entrée en échelon ou en rampe (consigne ou perturbation)	1	1	1	1	3
	Prévoir les performances de rapidité et de précision d'un système linéaire continu et invariant	1	2	1	1	3

Commentaires
La transformée de Laplace inverse est hors programme.

Le critère de Routh est hors programme. La synthèse complète des correcteurs est hors-programme. L'étude théorique des systèmes non linéaires est hors programme. La mise en évidence des non linéarités est faite lors des activités expérimentales ou au travers de simulations. Les diagrammes de Black et de Nyquist ne sont pas au programme. Il faut attirer l'attention des étudiants sur la nécessité de comparer des grandeurs homogènes, par exemple la nécessité d'adapter la sortie et sa consigne. Les théorèmes de la valeur finale et initiale sont donnés sans démonstration. On insiste sur la dualité temps / fréquence pour la rapidité et sur la classe pour la précision. Voir annexe « outils mathématiques » pour les équations différentielles, pour la représentation des fonctions.						
Loi de mouvement (trajectoire, vitesse, accélération, fermetures géométriques et cinématiques)	Déterminer la loi entrée-sortie d'une chaîne cinématique simple Déterminer la trajectoire d'un point d'un solide par rapport à un autre solide Déterminer le vecteur-vitesse d'un point d'un solide par rapport à un autre solide Déterminer le vecteur-accélération d'un point d'un solide par rapport à un autre solide Déterminer les relations de fermeture géométrique et cinématique d'une chaîne cinématique, et résoudre le système associé	1 1 1 1 1	1 1 1 1 1	2 2 2 2 1	1 1 1 1 1	3 3 3 3 3
Commentaires Pour la dérivée d'un vecteur, on insiste sur la différence entre référentiel d'observation et base d'expression du résultat. Les méthodes graphiques peuvent être utilisées mais leur maîtrise n'est pas exigée. Voir annexe « outils mathématiques » pour les projections d'un vecteur, pour le produit vectoriel, pour les fonctions, pour la géométrie (vecteurs et systèmes de coordonnées).						
Chaîne de solide Degré de mobilité et d'hyperstaticité	Déterminer le degré de mobilité et d'hyperstaticité.	1	1	2	1	2
Commentaire Le degré d'hyperstaticité doit être mis en relation avec les contraintes géométriques. Le vocabulaire associé à ces contraintes n'est pas exigé.						
Loi de mouvement Action mécanique Torseur dynamique Énergie cinétique	Mettre en œuvre une démarche en vue de déterminer les inconnues de liaison Déterminer les paramètres conduisant à des positions d'équilibre Déterminer les inconnues de liaison ou les efforts extérieurs spécifiés dans le cas où le mouvement est imposé Écrire le torseur dynamique d'un solide en mouvement au centre de masse ou en un point fixe du solide dans un référentiel galiléen Exprimer la loi de mouvement sous forme d'équations différentielles dans le cas où les efforts extérieurs sont connus Exprimer l'énergie cinétique d'un solide dans un référentiel galiléen Exprimer les puissances extérieures et les inter-efforts Appliquer le théorème de l'énergie-puissance	1 1 1 2 2 2 2 2	1 1 1 1 1 1 1 1	3 3 3 2 2 2 2 2	1 1 1 1 1 1 1 1	3 3 3 3 3 3 3 3
Commentaires Les méthodes graphiques peuvent être utilisées mais leur maîtrise n'est pas exigée. Le modèle est isostatique. La résolution de ces équations différentielles peut être conduite par des logiciels adaptés. L'accent est alors mis sur la modélisation, l'acquisition correcte des données et l'exploitation des résultats. On définit précisément la nature des grandeurs extérieures (variables potentielles, variables flux) dans le calcul des puissances. On insiste sur la relation entre les grandeurs mécaniques et électriques. Voir annexe « outils mathématiques » pour les équations quelconques, pour le barycentre d'un système de points, pour le calcul matriciel.						
Alimentation en énergie et stockage de l'énergie Modulation d'énergie Actionneurs et pré-actionneurs incluant leurs commandes	Déterminer les courants et les tensions dans les composants Déterminer les puissances échangées Déterminer les énergies transmises ou stockées	1 1 1	2 2 2	1 1 1	1 1 1	3 3 3
Commentaires						

On peut utiliser les vecteurs de Fresnel pour la modélisation des sources alternatives sinusoïdales et des machines électriques synchrones et asynchrones, mais leur maîtrise n'est pas exigée. On insiste sur les formes d'ondes et la qualité de l'énergie.						
Chaîne d'énergie Caractéristique mécanique et point de fonctionnement	Déterminer la caractéristique mécanique de l'actionneur Déterminer le point de fonctionnement et le rendement associé	2 2	2 2	1 1	1 1	3 3
Commentaires Pour les solutions techniques électriques : - machine à courant continu à excitation constante ; - machine synchrone triphasée ; - machine asynchrone triphasée à cage. Les modèles des actionneurs électriques sont donnés sans justification. Pour la machine à courant continu, le modèle présenté est de type RLE (résistance d'induit R, inductance d'induit L, et force contre électromotrice E). Pour la machine asynchrone triphasée, le modèle étudié est un modèle statique monophasé composé de l'inductance magnétisante L, de la résistance rotorique ramenée au stator et de l'inductance de fuite rotorique ramenée au stator. Seules les commandes scalaires en U/f et en courant sont étudiées. Pour la machine synchrone triphasée, le modèle statique étudié est le modèle monophasé composé de l'inductance cyclique Ls, de la résistance statorique Rs, et de la force contre électromotrice à vide Ev. On insiste sur la nécessité d'une commande en couple des actionneurs électromécaniques. Pour les solutions hydrauliques et pneumatiques, on se limite à l'étude des vérins et moteurs. Pour les actionneurs hydrauliques, le fluide est considéré incompressible. Voir annexe « outils mathématiques » pour les équations non linéaires, pour les projections d'un vecteur.						

C3 Procéder à la mise en œuvre d'une démarche de résolution numérique

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée GE	GM	AU	S
Simulation d'un système multi-physique	Compléter le diagramme paramétrique pour renseigner un modèle Choisir et justifier le choix des grandeurs simulées Qualifier l'influence d'un paramètre sur les performances simulées	2 2 2	1 1 1	1 1 1	1 1 1	2 2 2
Résolution numérique	(Informatique 3) Utiliser un outil informatique pour résoudre tout ou partie d'un problème technique donné					
Commentaire Le choix des grandeurs analysées doit être en relation avec le choix des performances à vérifier.						

D – Expérimenter

D1 Découvrir le fonctionnement d'un système pluri-technologique

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée GE	GM	AU	S
Protocole expérimental	Mettre en œuvre un système dans le respect des règles de sécurité	1	2	1	1	3
Chaîne d'énergie Chaîne d'information	Identifier les constituants réalisant les fonctions élémentaires de la chaîne d'énergie et d'information Repérer les flux d'entrée et de sortie de chaque constituant, leurs natures (électrique, mécanique, pneumatique, thermique ou hydraulique) et leurs sens de transfert	1 1	2 1	2 1	1 1	3 3

D2 Proposer et justifier un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée GE	GM	AU	S
Réponse expérimentale et ordre de grandeur	Prévoir l'allure de la réponse attendue Prévoir l'ordre de grandeur de la mesure	2 2	2 2	1 1	1 1	2 2
Protocole expérimental	Choisir les configurations matérielles du système en fonction de l'objectif visé Justifier le choix de la grandeur physique à mesurer	2 2	1 1	1 1	1 1	3 3

	Choisir les entrées à imposer pour identifier un modèle de comportement Choisir les appareillages et les conditions d'exploitation en adéquation avec la législation	2 2	1 2	1 2	1 2	3 2
Analyse structurelle	Proposer et justifier le lieu de prise de mesures vis-à-vis de l'objectif à atteindre	2	2	1	1	2
Acquisition de l'information : capteurs et détecteurs	Qualifier les caractéristiques d'entrée-sortie d'un capteur ou d'un détecteur Justifier le choix d'un capteur, d'un détecteur ou d'un appareil de mesure vis-à-vis de la grandeur physique à mesurer Justifier les caractéristiques d'un appareil de mesure	1 2 2	2 2 2	1 1 1	1 1 1	2 2 2
Chaîne d'acquisition	Proposer les paramètres de configuration d'une chaîne d'acquisition (capteurs intelligents, conditionneur, réseaux)	2	1	1	1	2
Conditionnement du signal	Prévoir la quantification nécessaire à la précision souhaitée Vérifier l'adéquation entre le temps de conversion et la fréquence d'échantillonnage	22	22	11	11	2 2
Système asservi multi-physique Identification de modèles	Proposer une méthode d'identification, dans le domaine temporel ou fréquentiel, pour renseigner le modèle de comportement d'un système limité à l'ordre 2	2	1	1	1	3

D3 Mettre en œuvre un protocole expérimental

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée			S
			GE	GM	AU	
Protocole expérimental	Mettre en œuvre un appareil de mesure adapté à la caractéristique de la grandeur à mesurer Régler les paramètres de fonctionnement d'un système Mettre en œuvre un système complexe en respectant les règles de sécurité Respecter les protocoles expérimentaux	2 2 2 2	2 1 2 2	2 1 2 2	2 1 2 2	2 2 3 3
Chaîne d'acquisition Chaîne d'information Réseaux de communication	Paramétrer une chaîne d'acquisition en fonction des caractéristiques des capteurs, détecteurs et des résultats de mesures attendus Paramétrer les constituants d'un réseau local	2	2	1	1	2
Système asservi multi-physique Identification de modèles	Mettre en œuvre une méthode d'identification, dans le domaine temporel ou fréquentiel, pour renseigner le modèle de comportement d'un système limité à l'ordre 2	2	1	1	1	3
Commentaire On insiste sur la relation existant entre la fréquence d'échantillonnage, la quantification et les résultats attendus.						
Représentation des signaux	Choisir une fenêtre d'observation en fonction des résultats attendus	2	1	1	1	2
Commentaire L'influence du temps d'échantillonnage est illustrée.						
Chaîne d'énergie Analyse structurelle	Mesurer les grandeurs potentielles et les grandeurs de flux dans les différents constituants d'une chaîne d'énergie	1	2	1	1	3
Comportement des systèmes logiques	(Informatique) Générer un programme et l'implanter dans un système cible	1	2	1	1	2
Simulation numérique Traitement de l'information	(Informatique 3) Réaliser une intégration ou une dérivée sous forme numérique (somme et différence) (Informatique 3) Effectuer des traitements (filtrage, régression linéaire, méthode des moindres carrés, analyse statistique, etc.) à l'aide de logiciels adaptés à partir des données de mesures expérimentales	1	2	2	1	3
Commentaire On insiste sur la caractérisation du signal en vue d'une comparaison avec les résultats d'une simulation ou les spécifications d'un cahier des charges (valeur moyenne, valeur efficace…). Les convertisseurs analogique-numérique sont des constituants dont le choix est limité à la résolution et au temps de conversion.						

E – Concevoir

E1 Imaginer des architectures ou des solutions technologiques

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée GE	GM	AU	S
Architecture fonctionnelle Architecture structurelle	Proposer une architecture fonctionnelle de tout ou partie d'un système en vue de sa conception Proposer une architecture structurelle de tout ou partie d'un système en vue de sa conception	2 2	2 2	2 2	1 1	2 2
Architecture fonctionnelle Comportement des systèmes logiques Comportement des systèmes numériques	Proposer des évolutions sous forme fonctionnelle	2	2	2	1	2
Algorithmique Comportement des systèmes logiques Comportement des systèmes numériques	Modifier une programmation (graphe d'états, logigramme ou algorigramme) en vue de changer le comportement de tout ou partie du système (Informatique 2.b) Proposer et valider la solution d'une structure algorithmique (boucle, instructions conditionnelles, instructions itératives, fonction, structures de données)	1	2	2	1	3

Commentaires
On insiste sur la relation entre les caractéristiques fréquentielles et temporelles pour le traitement d'un signal.
Les outils de simulations graphiques sont utilisés pour réaliser les fonctions logiques complexes, étant entendu que celles-ci sont intégrées dans des circuits logiques programmables et ne se présentent pas sous forme de composants discrets.
La simplification des fonctions logiques n'est pas au programme.
Seules les structures algorithmiques de base sont étudiées. La mise en œuvre de ces structures peut être l'occasion de réaliser des correcteurs numériques avec des intégrations et dérivations numériques.

E2 Choisir une solution technologique

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée GE	GM	AU	S
Chaîne d'énergie	Choisir un convertisseur statique en fonction des transferts énergétiques souhaités	2	2	1	1	2
Conversion de l'énergie Actionneurs	Choisir un actionneur adapté aux exigences	2	2	2	1	3
Contrôle et commande d'un système asservi Correcteurs	Choisir un correcteur adapté aux performances attendues	2	1	1	1	2
Commentaire L'amélioration des performances apportée par le correcteur est illustrée.						
Chaîne d'énergie Chaîne d'information Solution technique	Proposer et hiérarchiser des critères de choix d'une solution technique Choisir et justifier la solution technique retenue	2 2	2 2	2 2	1 1	2 2

Commentaires
Les critères de choix de la solution technique retenue sont :
- pour la chaîne d'énergie (adaptation du mouvement ou de l'énergie, rendement, autonomie, réversibilité) ;
- pour la chaîne d'information (débit binaire ; nature des grandeurs d'entrées/sorties).
Le choix de solutions techniques vis-à-vis d'autres critères peut être étudié à partir de documents ressources fournis.

E3 Dimensionner une solution technique

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée GE	GM	AU	S
Chaîne d'énergie Chaîne d'information	Dimensionner les constituants de la chaîne d'énergie et de la chaîne d'information à partir d'une documentation technique	2	1	1	1	2
Commentaires Le dimensionnement est réalisé à partir de critères énergétiques : - couple (effort) thermique équivalent ; - réversibilité ; - critère pV. Le dimensionnement des convertisseurs analogique-numérique et des mémoires est réalisé à partir de critères de rapidité et de capacité. Le dimensionnement d'une solution technique vis-à-vis d'autres critères peut être étudié à partir de documents ressources fournis.						

F – Réaliser

F1 Réaliser et valider un prototype ou une maquette

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée GE	GM	AU	S
Réalisation	Réaliser un prototype de tout ou partie d'un système en vue de valider l'architecture fonctionnelle et structurelle	2	1	1	1	2
	Valider les choix des composants vis-à-vis des performances attendues	2	1	1	1	2
	Analyser les facteurs d'échelle et les proportions des grandeurs influentes	2	1	1	1	2
Commentaire Les solutions de prototypage rapide sont privilégiées (imprimante 3D, cartes de développement).						
Contrôle et commande d'un système asservi	Mettre en place un asservissement à l'aide de constituants numériques	2	1	1	1	2

F2 Intégrer des constituants dans un prototype ou une maquette

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée GE	GM	AU	S
Réalisation	Assembler un ou plusieurs constituants pour permettre de répondre à une fonction	2	1	1	1	2
Commentaire L'approche constituant (solution intégrée) est favorisée par rapport à l'approche composant (élément qui fait partie d'un système)						
Comportement des systèmes numériques	Mettre en œuvre des composants programmables à l'aide d'un outil graphique de description (graphe d'état, algorigramme, etc.).	2	1	1	1	2
Analyse structurelle	Identifier le ou les élément(s) limitant(s) du point de vue des performances globales du prototype	2	1	1	1	2
Programmation d'un système complexe : graphe d'état, implantation dans un système cible	Choisir un type de données en fonction d'un problème à résoudre Concevoir l'en-tête (ou la spécification) d'une fonction, puis la fonction elle-même Traduire un algorithme dans un langage de programmation Gérer efficacement un ensemble de fichiers correspondant à des versions successives d'un fichier source Rechercher une information au sein d'une documentation en ligne, analyser des exemples fournis dans cette documentation Documenter une fonction, un programme Modifier une programmation en vue de changer le comportement de tout ou partie d'un système complexe	2	2	1	1	2
Commentaire On propose des activités (adaptées aux équipements et logiciels disponibles dans l'établissement) permettant de programmer l'exécution d'une tâche complexe d'un système cible.						

G - Communiquer

G1 Rechercher et traiter des informations

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée GE	GM	AU	S
Information technique Tri des informations Synthèse et analyse critique des informations	Extraire les informations utiles d'un dossier technique Effectuer une synthèse des informations disponibles dans un dossier technique Vérifier la nature des informations Définir les critères de tri des informations Trier les informations selon des critères Distinguer les différents types de documents en fonction de leurs usages	2 2 2 2 2 2	2 2 2 2 2 2	2 2 2 2 2 2	2 2 2 2 2 2	3 3 3 3 3 3
Schématisation des solutions	Lire et interpréter un schéma	2	2	2	2	3
Commentaire Les normes de représentation des schémas sont fournies.						
Modélisation d'un système multi-physique	Lire et interpréter un diagramme	2	1	1	1	2
Commentaire Les normes de représentation du langage SysML sont fournies, la connaissance de la syntaxe n'est pas exigible.						

G2 Choisir les contenus et l'outil de description adapté

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée GE	GM	AU	S
Outils de communication	Cibler le contenu de la communication et choisir l'outil de description adapté	2	2	2	2	3
Commentaires On insiste sur la pertinence de la représentation vis-à-vis des informations (courbes, tableau, carte heuristique, etc.). Un dessin à main levée peut constituer un outil de description performant.						

G3 Afficher et communiquer des résultats

Connaissances	Savoir-faire	P	Niveau d'entrée GE	GM	AU	S
Outils de communication	Utiliser les outils de communication adaptés à son auditoire Avoir une attitude conforme à l'éthique Respecter son temps de parole Être attentif aux réactions de son auditoire Faire preuve d'écoute et confronter des points de vue Être capable de reformuler un questionnement Synthétiser des informations sous une forme écrite ou orale	2 2 2 2 2 2 2	2 2 2 2 2 2 2	2 2 2 2 2 2 2	2 2 2 2 2 2 2	3 3 3 3 3 3 3
Commentaire Les outils numériques sont privilégiés.						

Appendice aux programmes de physique et de sciences industrielles de l'ingénieur pour la classe ATS ingénierie industrielle
« Outils mathématiques »

Au niveau des classes préparatoires, le rôle structurant des outils fournis par les mathématiques est incontournable en physique et en sciences industrielles de l'ingénieur, mais il convient d'éviter les dérives formelles ou calculatoires : le recours au calcul analytique doit être limité aux cas les plus simples et des outils de calcul numérique sont utilisés dans tous les autres cas, y compris dans certains cas où des calculs analytiques seraient a priori possibles mais hors de portée des étudiants du fait de leur longueur ou de leur technicité.
Afin de cibler au mieux la formation et l'évaluation, cette annexe liste les outils mathématiques dont une bonne maîtrise est indispensable pour que les objectifs de formation des programmes de physique et de sciences industrielles de l'ingénieur puissent être pleinement atteints. Le niveau d'exigence requis est systématiquement précisé pour chaque outil afin d'éviter toute dérive.

L'apprentissage de ces outils doit être réparti sur l'année en fonction de l'avancement des cours en ayant un souci permanent de contextualisation. Ceci suppose notamment une concertation au sein de l'équipe pédagogique.
Dans le cas où d'autres outils sont ponctuellement nécessaires, il convient de les mettre à disposition des étudiants sous une forme opérationnelle (formulaires,) et de faire en sorte que leur manipulation ne puisse pas constituer un obstacle.

Outils	Niveau d'exigence
1. Équations algébriques	
Système linéaire de n équations à p inconnues	Identifier un nombre minimal d'inconnues, confronter au nombre d'équations indépendantes disponibles Exprimer la dépendance dans le seul cas $n = p = 2$ Résoudre analytiquement dans le seul cas $n = p = 2$ Utiliser des outils numériques ou formels dans les autres cas **Exemples :** systèmes d'ordre 3 : $n = p = 3$ en mécanique (statique du solide)
Équation non linéaire	Discuter graphiquement dans le cas où l'équation se présente sous la forme $f(x) = g(x)$ de l'égalité de deux fonctions f et g classiques Résoudre, dans le cas général, à l'aide d'un outil numérique **Exemples :** point de fonctionnement d'un actionneur associé à sa charge, d'un générateur associé à sa charge

Outils	Niveau d'exigence
2. Équations différentielles	
Équation différentielle linéaire du premier et du second ordre à coefficients constants	Identifier l'ordre, expliciter les conditions initiales. Exploiter l'équation caractéristique Prévoir le caractère borné ou non des solutions de l'équation homogène (critère de stabilité) Mettre une équation sous forme canonique L'écriture de l'équation différentielle doit permettre la vérification de l'homogénéité des grandeurs physiques Tracer numériquement l'allure du graphe des solutions en tenant compte des conditions initiales Résoudre analytiquement (solution complète) dans le seul cas d'une équation du premier ordre et d'un second membre constant Obtenir analytiquement (notation complexe) le seul régime sinusoïdal forcé dans le cas d'un second membre sinusoïdal Mettre en évidence l'intérêt d'utiliser la notation complexe dans le cas d'un régime forcé sinusoïdal Déterminer le module et la phase des grandeurs Mettre en évidence les notions de régime libre, régime permanent, régime forcé et régime transitoire **Exemples :** électrocinétique, mécanique, thermique…
Équation quelconque	Intégrer numériquement avec un outil fourni **Exemples :** équations issues du principe fondamental de la dynamique

Outils	Niveau d'exigence
3. Fonctions	
Fonctions usuelles	Exponentielle, logarithme népérien et décimal, cosinus, sinus, tangente, $x \to x^2$, $x \to \frac{1}{x}$, $x \to \sqrt{x}$
Dérivée	Interpréter géométriquement la dérivée Dériver une fonction composée Rechercher un extremum **Exemples :** phénomène de résonance, couple maximal d'une machine asynchrone
Primitive et intégrale Valeurs moyenne et efficace	Interpréter l'intégrale comme une somme de contributions infinitésimales Exprimer la valeur moyenne sous forme d'une intégrale Connaître la valeur moyenne sur une période des fonctions cos, sin, $\cos^2$ et $\sin^2$ Interpréter l'intégrale en termes d'aire algébrique pour des fonctions périodiques simples **Exemples :** fonctions périodiques constantes par morceaux pour les convertisseurs statiques
Représentation graphique d'une fonction	Utiliser un grapheur pour tracer une courbe d'équation donnée Déterminer un comportement asymptotique Rechercher un extremum Utiliser des échelles logarithmiques ; identifier une loi de puissance en échelle log-log **Exemples :** réponses fréquentielles (diagramme de Bode)
Développements limités	Connaître et utiliser la formule de Taylor à l'ordre un ou deux ; interpréter graphiquement Connaître et utiliser les développements limités usuels au voisinage de 0 jusqu'au premier ordre non nul : $(1+x)^{\alpha}$, exponentielle, sinus, cosinus, logarithme népérien
Développement en série de Fourier d'une fonction périodique	Utiliser un développement en série de Fourier fourni via un formulaire Mettre en évidence les propriétés de symétrie dans le domaine temporel (demi-période)

Outils	Niveau D'exigence
4. Géométrie	
Vecteurs et systèmes de coordonnées	Exprimer algébriquement les coordonnées d'un vecteur Utiliser les systèmes de coordonnées cartésiennes et cylindriques **Exemple :** repérage d'un point dans l'espace en cinématique
Projection d'un vecteur et produit scalaire	Interpréter géométriquement le produit scalaire et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée Utiliser la bilinéarité et le caractère symétrique du produit scalaire **Exemples :** projection en mécanique dans un repère, diagramme de Fresnel
Produit vectoriel	Interpréter géométriquement le produit vectoriel et connaître son expression en fonction des coordonnées dans une base orthonormée directe Utiliser la bilinéarité et le caractère antisymétrique du produit vectoriel Faire le lien avec l'orientation des trièdres **Exemples :** calcul des moments, dérivation des vecteurs unitaires
Transformations géométriques	Utiliser les symétries par rapport à un plan, les translations et les rotations Connaître leur effet sur l'orientation de l'espace
Courbes planes Courbes planes paramétrées	Reconnaître l'équation cartésienne d'une droite et d'un cercle Utiliser la représentation polaire d'une courbe plane ; utiliser un grapheur pour obtenir son tracé ; interpréter l'existence de points limites ou d'asymptotes à partir de l'équation $r=f(\theta)$ Reconnaître les équations paramétriques $x=a\cos(\omega t)$ et $y=a\sin(\omega t-\varphi)$ d'une ellipse et la tracer dans les cas particuliers : $\varphi=0$, $\varphi=\frac{\pi}{2}$, $\varphi=\pi$ Tracer une courbe paramétrée à l'aide d'un grapheur
Longueurs, aires et volumes classiques	Connaître les expressions du périmètre du cercle, de l'aire du disque, de l'aire d'une sphère, du volume d'une boule, du volume d'un cylindre
Barycentre d'un système de points	Connaître la définition du barycentre Utiliser son associativité Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène **Exemple :** recherche d'un centre de gravité d'un solide

Outils	Niveau d'exigence
5. Trigonométrie	
Angle orienté	Définir une convention d'orientation des angles dans un plan et lire des angles orientés Relier l'orientation d'un axe de rotation à l'orientation positive des angles de rotation autour de cet axe
Fonctions cosinus, sinus et tangente	Utiliser le cercle trigonométrique et l'interprétation géométrique des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente comme aide-mémoire : relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, relations entre fonctions trigonométriques, parités, valeurs des fonctions pour les angles usuels Connaître les formules d'addition et de duplication des cosinus et sinus Utiliser un formulaire dans les autres cas Passer de la forme $A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$ à la forme $C\cos(\omega t-\varphi)$
Nombres complexes et représentation dans le plan. Somme et produit de nombres complexes	Calculer et interpréter géométriquement la partie réelle, la partie imaginaire, le module et l'argument d'un nombre complexe **Exemples :** diagramme de Fresnel. Application aux systèmes triphasés : $\underline{a} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$; $1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0$
Calcul matriciel	Effectuer le produit d'une matrice par un vecteur Exemple : calcul du moment dynamique Choisir une base pour simplifier la structure d'une matrice **Exemple :** simplification d'une matrice d'inertie

Classe préparatoire ATS
Programme de mathématiques

Table des matières

Mission de la filière et acquis des étudiants

Les classes préparatoires ATS sont destinées aux étudiants titulaires d'un BTS ou d'un DUT désireux de poursuivre leurs études dans une école d'ingénieurs. Depuis plusieurs années, les grandes écoles d'ingénieurs accueillent des étudiants titulaires d'un BTS ou d'un DUT. Ces derniers ont besoin d'une formation scientifique plus solide pour suivre avec profit des études d'ingénieur. C'est à eux que s'adresse la filière ATS.
En ce qui concerne les titulaires d'un BTS, les plus nombreux, cette formation mathématique adaptée s'insère dans une organisation de l'enseignement de la discipline valide pour toutes les sections. Les objectifs de formation sont définis comme suit :

— fournir les outils nécessaires pour permettre aux élèves de suivre avec profit d'autres enseignements utilisant des savoir-faire mathématiques ;
— contribuer au développement de la formation scientifique grâce à l'exploitation de toute la richesse de la démarche mathématique : mathématisation d'un problème (modélisation), mise en œuvre d'outils théoriques pour résoudre ce problème, analyse de la pertinence des résultats obtenus ;
— développer des capacités personnelles : acquisition des méthodes de travail, maîtrise des moyens d'expression et des méthodes de représentation, emploi des moyens de documentation.

Le programme des sections de techniciens supérieurs est organisé en modules, chaque module correspondant à un champ mathématique précis. On distingue 25 champs, le programme de chaque BTS indiquant les modules à enseigner. Les étudiants fréquentant la filière ATS provenant de spécialités différentes ont donc suivi en mathématiques des formations différentes. Compte tenu de la répartition des étudiants de la filière, on suppose a priori, pour l'organisation de l'enseignement, qu'ils ont suivi les enseignements correspondant aux modules suivants :

— nombres complexes ;
— suites numériques ;
— fonctions d'une variable réelle ;
— calcul intégral ;
— équations différentielles ;
— probabilités 1 ;
— probabilités 2.

On peut également remarquer que beaucoup d'étudiants auront suivi les modules suivants :

— séries de Fourier ;
— transformation de Laplace ;
— statistique descriptive ;
— statistique inférentielle.

On remarque que la formation mathématique des titulaires de BTS est essentiellement tournée vers l'analyse. Dans les classes ATS, une grande attention devra donc être portée à l'enseignement de l'algèbre linéaire. En particulier, on prendra soin de ne pas regrouper l'enseignement de l'algèbre en un seul bloc mais au contraire de le répartir sur l'ensemble de l'année afin que ces notions nouvelles pour les étudiants soient assimilées dans la durée.

Objectifs de formation

Le programme de mathématiques d'ATS s'inscrit entre deux continuités : en amont avec les programmes de BTS et DUT, en aval avec les enseignements dispensés dans les grandes écoles, et plus généralement les poursuites d'études universitaires. Il est conçu pour amener progressivement tous les étudiants au niveau requis pour poursuivre avec succès un cursus d'ingénieur, de chercheur, d'enseignant, de scientifique, et aussi pour leur permettre de se former tout au long de la vie.
En mathématiques comme dans les autres disciplines, il est demandé aux étudiants de prendre du recul par rapport à leurs savoirs opérationnels afin de progresser vers une approche plus conceptuelle. C'est cette greffe d'un enseignement plus théorique sur une pratique professionnelle maîtrisée à un certain niveau qui fait l'originalité et la richesse de la filière ATS.

Compétences développées

Les étudiants des classes préparatoires doivent acquérir les compétences nécessaires aux scientifiques et technologues, qu'ils soient ingénieurs, chercheurs, enseignants, pour identifier les situations auxquelles ils sont confrontés, dégager les meilleures stratégies pour y faire face, prendre avec un recul suffisant des décisions dans un contexte complexe.
Dans ce cadre, la formation mathématique vise le développement des compétences générales suivantes :

— **s'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies** : découvrir une problématique, l'analyser, la transformer ou la simplifier, expérimenter sur des exemples, formuler des hypothèses, identifier des particularités ou des analogies ;

— **modéliser** : extraire un problème de son contexte pour le traduire en langage mathématique, comparer un modèle à la réalité, le valider, le critiquer ;
— **représenter** : choisir le cadre (numérique, algébrique, géométrique ...) le mieux adapté pour traiter un problème ou représenter un objet mathématique, passer d'un mode de représentation à un autre, changer de registre ;
— **raisonner, argumenter** : effectuer des inférences inductives et déductives, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture ;
— **calculer, utiliser le langage symbolique** : manipuler des expressions contenant des symboles, organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, effectuer un calcul automatisable à la main où à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel...), contrôler les résultats ;
— **communiquer à l'écrit et à l'oral** : comprendre les énoncés mathématiques écrits par d'autres, rédiger une solution rigoureuse, présenter et défendre un travail mathématique.

Ces compétences sont dans le prolongement des compétences développées dans les sections de technicien supérieur.

Description et prise en compte des compétences

S'engager dans une recherche, mettre en œuvre des stratégies
Cette compétence vise à développer les attitudes de questionnement et de recherche, au travers de réelles activités mathématiques, prenant place au sein ou en dehors de la classe. Les différents temps d'enseignement (cours, travaux dirigés, heures d'interrogation) doivent privilégier la découverte et l'exploitation de problématiques, la réflexion sur les démarches suivies, les hypothèses formulées et les méthodes de résolution. Le professeur ne saurait limiter son enseignement à un cours dogmatique : afin de développer les capacités d'autonomie des étudiants, il doit les amener à se poser eux-mêmes des questions, à prendre en compte une problématique mathématique, à utiliser des outils logiciels, et à s'appuyer sur la recherche et l'exploitation, individuelle ou en équipe, de documents.
Les travaux proposés aux étudiants en dehors des temps d'enseignement doivent combiner la résolution d'exercices d'entraînement relevant de techniques bien répertoriées et l'étude de questions plus complexes. Posées sous forme de problèmes ouverts, elles alimentent un travail de recherche individuel ou collectif, nécessitant la mobilisation d'un large éventail de connaissances et de capacités.

Modéliser
Le programme présente des notions, méthodes et outils mathématiques, permettant de modéliser l'état et l'évolution de systèmes déterministes ou aléatoires issus de la rencontre du réel et du contexte, et éventuellement du traitement qui en a été fait par la mécanique, la physique, la chimie, les sciences industrielles de l'ingénieur. Ces interprétations viennent en retour éclairer les concepts fondamentaux de l'analyse, de l'algèbre linéaire ou de la géométrie. La modélisation contribue ainsi de façon essentielle à l'unité de la formation scientifique et valide les approches interdisciplinaires. À cet effet, il importe de promouvoir l'étude de questions mettant en œuvre des interactions entre les différents champs de connaissance scientifique (mathématiques et physique, mathématiques et chimie, mathématiques et sciences industrielles de l'ingénieur, mathématiques et informatique).

Représenter
Un objet mathématique se prête en général à des représentations issues de différents cadres ou registres : algébrique, géométrique, graphique, numérique. Élaborer une représentation, changer de cadre, traduire des informations dans plusieurs registres sont des composantes de cette compétence. Ainsi, en analyse, le concept de fonction s'appréhende à travers diverses représentations (graphique, numérique, formelle) ; en algèbre, un problème linéaire se prête à des représentations de nature géométrique, matricielle ou algébrique. Le recours régulier à des figures ou à des croquis permet de développer une vision géométrique des objets abstraits et favorise de fructueux transferts d'intuition.

Raisonner, argumenter
La pratique du raisonnement est au cœur de l'activité mathématique. Basé sur l'élaboration de liens déductifs ou inductifs entre différents éléments, le raisonnement mathématique permet de produire une démonstration, qui en est la forme aboutie et communicable. La présentation d'une démonstration par le professeur (ou dans un document) permet aux étudiants de suivre et d'évaluer l'enchaînement des arguments qui la composent ; la pratique de la démonstration leur apprend à créer et à exprimer eux-mêmes de tels arguments. L'intérêt de la construction d'un objet mathématique ou de la démonstration d'un théorème repose sur ce qu'elles apportent à la compréhension-même de l'objet ou du théorème : préciser une perception intuitive, analyser la portée des hypothèses, éclairer une situation, exploiter et réinvestir des concepts et des résultats théoriques.

Calculer, manipuler des symboles, maîtriser le formalisme mathématique
Le calcul et la manipulation des symboles sont omniprésents dans les pratiques mathématiques. Ils en sont des composantes essentielles, inséparables des raisonnements qui les guident ou qu'en sens inverse ils outillent.
Mener efficacement un calcul simple fait partie des compétences attendues des étudiants. En revanche, les situations dont la gestion manuelle ne relèverait que de la technicité seront traitées à l'aide d'outils de calcul formel ou numérique. La maîtrise des méthodes de calcul figurant au programme nécessite aussi la connaissance de leur cadre d'application, l'anticipation et le contrôle des résultats qu'elles permettent d'obtenir.

Communiquer à l'écrit et à l'oral
La phase de mise au point d'un raisonnement et de rédaction d'une solution permet de développer les capacités d'expression. La qualité de la rédaction et de la présentation, la clarté et la précision des raisonnements, constituent des objectifs très importants. La qualité de structuration des échanges entre le professeur et sa classe, entre le professeur et chacun de ses étudiants, entre les étudiants eux-mêmes, doit également contribuer à développer des capacités de communication (écoute et expression orale) à travers la formulation d'une question, d'une réponse, d'une idée, d'hypothèses, l'argumentation de solutions ou l'exposé de démonstrations. Les travaux individuels ou en petits groupes proposés aux étudiants en dehors du temps d'enseignement, au lycée ou à la maison, (interrogations orales, devoirs libres, comptes rendus de travaux dirigés ou d'interrogations orales) contribuent fortement à développer cette compétence. La communication utilise des moyens diversifiés : les étudiants doivent être capables de présenter un travail clair et soigné, à l'écrit ou à l'oral, au tableau ou à l'aide d'un dispositif de projection.

L'intégration des compétences à la formation des étudiants permet à chacun d'eux de gérer ses propres apprentissages de manière responsable en repérant ses points forts et ses points faibles, et en suivant leur évolution. Les compétences se recouvrent largement et il importe de les considérer globalement : leur acquisition doit se faire dans le cadre de situations suffisamment riches pour nécessiter la mobilisation de plusieurs d'entre elles.

Unité de la formation scientifique

Il est important de mettre en valeur l'interaction entre les différentes parties du programme, tant au niveau du cours que des thèmes des travaux proposés aux étudiants. À titre d'exemples, la géométrie apparaît à la fois comme un terrain propice à l'introduction de l'algèbre linéaire, mais aussi comme un champ d'utilisation des concepts développés dans ce domaine du programme ; les équations différentielles sont au cœur des activités de modélisation pour les sciences physiques et les sciences industrielles de l'ingénieur.
C'est ainsi que le programme valorise les interprétations des concepts de l'analyse, de l'algèbre linéaire et de la géométrie en termes de paramètres modélisant l'état et l'évolution de systèmes mécaniques, physiques, chimiques ou industriels (mouvement, vitesse et accélération, signaux continus ou discrets, mesure des grandeurs mécaniques ou physiques…).
La coopération des enseignants d'une même classe ou d'une même discipline et, plus largement, celle de l'ensemble des enseignants d'un cursus donné, doit contribuer de façon efficace et cohérente à la qualité de ces interactions, notamment dans le cadre des travaux d'initiative personnelle encadrés.
Les professeurs de mathématiques doivent régulièrement accéder aux laboratoires afin de favoriser l'établissement de liens forts entre la formation mathématique et les formations dispensées dans les enseignements scientifiques et technologiques. Cet accès permet de :

- prendre appui sur les situations expérimentales rencontrées dans ces enseignements ;
- connaître les logiciels utilisés et l'exploitation qui peut en être faite pour illustrer les concepts mathématiques ;
- prendre en compte les besoins mathématiques des autres disciplines.

Il importe aussi que le contenu culturel et historique des mathématiques ne soit pas sacrifié au profit de la seule technicité. En particulier, il pourra s'avérer pertinent d'analyser l'interaction entre un problème spécifique et la construction, pour le résoudre, d'outils conceptuels qui, pris ensuite par les mathématiciens comme objets d'étude, ont pu ultérieurement servir au traitement d'autres classes de problèmes.

Architecture et contenu du programme

Le programme s'en tient à un cadre et à un vocabulaire théorique bien délimités, mais suffisamment efficaces pour l'étude de situations usuelles, et assez riches pour servir de support à une formation solide.
Les grands équilibres du programme n'ont pas été modifiés. C'est ainsi que les deux grands axes « Analyse et géométrie » et « Algèbre et géométrie » demeurent présents. Si le choix a été fait de ne pas introduire les probabilités dans les contenus du programme, on pourra cependant illustrer certaines notions du programme à l'aide d'exemples faisant intervenir des probabilités.

Le programme encourage la démarche algorithmique et le recours à l'outil informatique (calculatrices, logiciels). Il identifie un certain nombre d'algorithmes qui doivent être connus et pratiqués par les étudiants.

La géométrie, en tant qu'outil de modélisation et de représentation, est intégrée à l'ensemble du programme, qui préconise le recours à des figures pour aborder l'algèbre linéaire et les fonctions de variable réelle. En introduction à l'algèbre linéaire, le chapitre sur les systèmes linéaires permet de rappeler les propriétés élémentaires relatives aux droites du plan, aux droites et plans de l'espace.

Ces aménagements devraient permettre de constituer un programme cohérent autour de quelques notions essentielles, en dégageant les idées majeures et leur portée, en fournissant des outils puissants et efficaces, en évitant toute technicité gratuite, et en écartant les notions qui ne pourraient être traitées que de façon superficielle.

Organisation du texte

Les programmes définissent les objectifs de l'enseignement et décrivent les connaissances et les capacités exigibles des étudiants ; ils précisent aussi certains points de terminologie et certaines notations. Ils fixent clairement les limites à respecter tant au niveau de l'enseignement qu'à celui des épreuves d'évaluation, y compris par les opérateurs de concours.

Le programme est décliné en chapitres. Chaque chapitre comporte un bandeau définissant les objectifs essentiels et délimitant le cadre d'étude des notions qui lui sont relatives et un texte présenté en deux colonnes : à gauche figurent les contenus du programme (connaissances et méthodes) ; à droite un commentaire indique les capacités exigibles des étudiants, précise quelques notations ainsi que le sens ou les limites à donner à certaines questions. Dans le cadre de sa liberté pédagogique et dans le respect de la cohérence de la formation globale, le professeur décide de l'organisation de son enseignement et du choix de ses méthodes.

En particulier, l'ordre de présentation des différents chapitres ne doit pas être interprété comme un modèle de progression et on évitera en particulier de regrouper en un seul bloc l'enseignement de l'algèbre. Parmi les connaissances (définitions, notations, énoncés, démonstrations, méthodes, algorithmes...) et les capacités de mobilisation de ces connaissances, le texte du programme délimite trois catégories :

— celles qui sont exigibles des étudiants : il s'agit de l'ensemble des points figurant dans la colonne de gauche des différents chapitres ;
— celles qui sont indiquées dans les bandeaux et la colonne de droite comme étant « hors programme ». Elles ne doivent pas être traitées et ne peuvent faire l'objet d'aucune épreuve d'évaluation ;
— celles qui relèvent d'activités possibles ou souhaitables, mais qui ne sont pas exigibles des étudiants. Il s'agit des activités proposées pour illustrer les différentes notions du programme (visualisations à l'aide de l'outil informatique, activités en lien avec les autres disciplines).

Pour les démonstrations des théorèmes dont l'énoncé figure au programme et qui sont repérées dans la colonne de droite par la locution « démonstration non exigible », le professeur est libre d'apprécier, selon le cas, s'il est souhaitable de démontrer en détail le résultat considéré, d'indiquer seulement l'idée de sa démonstration, ou de l'admettre.

Les liens avec les disciplines scientifiques et technologiques sont identifiés par le symbole $\leftrightarrows$ PC pour la physique et la chimie, $\leftrightarrows$ SI pour les sciences industrielles de l'ingénieur et $\leftrightarrows$ I pour l'informatique.

On pourra aussi se reporter à l'annexe aux programmes *Outils mathématiques pour la physique-chimie*.

Afin de faciliter l'organisation du travail des étudiants et de montrer l'intérêt des notions étudiées, on prendra soin d'organiser les enseignements en commençant par donner aux étudiants les bases mathématiques utiles aux autres disciplines. Cette organisation, construite par le professeur en coordination avec les autres disciplines scientifiques et technologiques pourra en particulier concerner les chapitres suivants : pratique calculatoire, nombres complexes, géométrie élémentaire du plan et de l'espace, étude globale d'une fonction d'une variable réelle, équations différentielles linéaires, fonctions vectorielles et courbes paramétrées. On notera que le premier chapitre, vocabulaire ensembliste et méthode de raisonnement, n'a pas vocation à être traité d'un bloc en début d'année mais que les notions qui y figurent doivent au contraire être introduites de manière progressive en cours d'année.

Usage de la liberté pédagogique

Dans le cadre de la liberté pédagogique qui lui est reconnue par la loi, le professeur choisit ses méthodes, sa progression, ses problématiques. Il peut organiser son enseignement en respectant deux grands principes directeurs :

— pédagogue, il privilégie la mise en activité des étudiants en évitant tout dogmatisme : l'acquisition des connaissances et des capacités est d'autant plus efficace que les étudiants sont acteurs de leur formation. La pédagogie mise en œuvre développe la participation, la prise d'initiative et l'autonomie des étudiants. Le choix des problématiques et des méthodes de résolution favorise cette mise en activité ;
— didacticien, il choisit le contexte favorable à l'acquisition des connaissances et au développement des compétences. La mise en perspective d'une problématique avec l'histoire des sociétés, des sciences et des techniques, mais aussi des questions d'actualité ou des débats d'idées, permet de motiver son enseignement.

PROGRAMME

Vocabulaire ensembliste et méthodes de raisonnement

Ce chapitre regroupe les différents points de vocabulaire, notations et raisonnements nécessaires aux étudiants pour la conception et la rédaction efficace d'une démonstration mathématique. Ces notions sont introduites de manière progressive et trouvent naturellement leur place dans les autres chapitres, en vue d'être acquises en cours d'année. Toute étude systématique de la logique ou de la théorie des ensembles est hors programme. Plusieurs groupes classiques étant rencontrés dans le cadre du programme, la terminologie associée peut être utilisée mais aucune connaissance théorique n'est exigible.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Rudiments de logique	
Quantificateurs.	Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant les quantificateurs. Formuler une négation. Les étudiants doivent savoir employer les quantificateurs pour formuler de façon précise certains énoncés et leur négation. En revanche, l'emploi des quantificateurs en guise d'abréviations est exclu.
Connecteurs logiques : disjonction (ou), conjonction (et), implication, équivalence.	Passer du langage naturel au langage formalisé en utilisant des connecteurs. Formuler une négation. ⇆ SI, I Ce chapitre est naturellement relié au chapitre de logique en sciences industrielles de l'ingénieur.
b) Ensembles	
On se limite à une approche naïve. Aucun développement n'est fait sur la théorie des ensembles.	
Appartenance, inclusion.	Démontrer une égalité, une inclusion de deux ensembles.
Sous-ensemble (ou partie) de E. Ensemble vide.	
Opérations sur les parties d'un ensemble : réunion, intersection, complémentaire.	Maîtriser le lien entre connecteurs logiques et opérations ensemblistes. Notations $\complement_E A$, $\overline{A}$, $E \setminus A$. ⇆ I
Produit cartésien de deux ensembles, d'un nombre fini d'ensembles.	Un élément de E^p est appelé p-liste ou p-uplet d'éléments de E.
c) Méthodes de raisonnement	
Raisonnement par contraposition.	Écrire la contraposée d'une assertion.
Raisonnement par l'absurde.	Mener un raisonnement par l'absurde.
Raisonnement par récurrence.	Limité aux récurrences simples.
d) Applications	
Application (ou fonction) d'un ensemble E dans un ensemble F. Graphe d'une application.	Manipuler le langage élémentaire des applications. Faire le lien avec la notion de graphe. Le point de vue est intuitif : une application de E dans F associe à tout élément de E un unique élément de F. Toute formalisation est hors programme.
Restrictions.	Notation $f_{\mid I}$.
Image directe.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Composition.	Reconnaître une fonction composée.
Injection, surjection, bijection, réciproque d'une bijection. Application identité.	Résoudre des équations.

Pratique calculatoire

Ce chapitre a pour but de mettre en œuvre des techniques de calcul indispensables en mathématiques et dans les autres disciplines scientifiques. Les définitions précises et les constructions rigoureuses des notions de calcul intégral et différentiel sont différées à des chapitres ultérieurs. Le point de vue adopté ici est principalement pratique. Le professeur organise ce chapitre de la façon qui lui semble la plus appropriée, en tenant compte des acquis des étudiants et des besoins des autres disciplines. Il est nécessaire d'insister sur ces notions tôt dans l'année afin de faciliter le reste de l'apprentissage.
Les objectifs de formation sont les suivants :

- *une bonne maîtrise des automatismes et du vocabulaire de base relatifs aux inégalités ;*
- *l'introduction de fonctions pour établir des inégalités ;*
- *la manipulation des fonctions classiques ;*
- *le calcul de limites, de dérivées et de primitives ;*
- *l'utilisation des notations techniques fondamentales du calcul algébrique.*

Contenus	Capacités & commentaires
a) Inégalités dans $\mathbb{R}$	
Inégalités larges, inégalités strictes, intervalles de $\mathbb{R}$. Compatibilité avec les opérations.	Dresser un tableau de signe. Résoudre des inéquations. Interpréter graphiquement une inéquation du type $f(x) \leqslant \lambda$. L'objectif est une maîtrise de la manipulation élémentaire des inégalités.
Valeur absolue, inégalité triangulaire.	Interpréter sur la droite réelle des inégalités du type $\lvert x-a\rvert \leqslant b$.
Majoration, minoration et encadrement de sommes, de produits et de quotients.	
b) Équations, inéquations polynomiales et trigonométriques	
Équation du second degré.	Déterminer le signe d'un trinôme.
Cercle trigonométrique, valeurs usuelles.	Utiliser le cercle trigonométrique pour résoudre des équations et inéquations trigonométriques.
Formules exigibles : $\cos(a+b)$, $\sin(a+b)$, $\cos(2a)$, $\sin(2a)$, $\tan(a+b)$.	Exprimer $\cos(a-b)$, $\sin(a-b)$.
c) Calcul de limites en un point ou à l'infini	
Aucune étude théorique de la limite n'est abordée à ce stade. On s'appuiera sur les connaissances des limites acquises au lycée.	
Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'un inverse.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Exemples de formes indéterminées.	Lever, sur des exemples simples, certaines formes indéterminées à l'aide de limites de taux d'accroissement, à savoir : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\exp(x)-1}{x}$; $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos(x)-1}{x^2}$.
Croissances comparées.	On s'appuie sur l'étude de la dérivée faite au lycée. Calculer une limite par encadrement ou par comparaison.
Limite d'une fonction composée.	

d) Calcul de dérivées et de primitives

Dérivées des fonctions usuelles : $x \mapsto x^n$ avec $n \in \mathbb{Z}$, exp, ln, cos, sin.	Maîtriser le calcul des fonctions dérivées dans des cas simples. Aucune étude théorique de la dérivation n'est abordée à ce stade.
Opérations : somme, produit, quotient.	Dériver une fonction composée.
Calcul pratique de dérivées partielles. Dérivation de $t \mapsto \exp(\varphi(t))$ avec φ à valeurs dans $\mathbb{C}$.	
Primitive sur un intervalle.	Reconnaître des expressions du type $\dfrac{u'}{u}$, $u'u^n$ avec $n \in \mathbb{N}^*$, $\dfrac{u'}{u^n}$, $(v'\circ u).u'$ où v est une fonction dérivable afin d'en calculer les primitives.

e) Sommes et produits

Notations et règles de calcul.	Effectuer un changement d'indice. Sommes et produits télescopiques. L'objectif est de faire acquérir aux étudiants une aisance dans la manipulation des symboles $\sum$ et Π sur des exemples de difficulté raisonnable. On utilise aussi la notation $a_0+\cdots+a_n$.
Factorielle, coefficients binomiaux.	Notations $n!$, $\dbinom{n}{k}$ lue « k parmi n ».
Triangle de Pascal, formule de binôme de Newton.	Développer $(a\pm b)^n$.
Factorisation de a^n-b^n pour $n\in\mathbb{N}^*$. Exemple de calcul de sommes : $\sum\limits_{k=0}^{n} k \qquad \sum\limits_{k=0}^{n} q^k.$	

Nombres complexes

L'objectif est de consolider et d'approfondir les acquis des années précédentes. Le programme combine plusieurs aspects :

— *équations algébriques (équations du second degré, racines n-ièmes d'un nombre complexe) ;*
— *interprétation géométrique des nombres complexes ;*
— *exponentielle complexe et applications à la trigonométrie.*

Il est recommandé d'illustrer le cours de nombreuses figures et de relier ce chapitre aux besoins des disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) L'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes	
La construction de $\mathbb{C}$ n'est pas exigible.	
Parties réelle et imaginaire, forme algébrique.	Notations $\mathrm{Re}(z), \mathrm{Im}(z)$.
Opérations sur les nombres complexes.	
Conjugaison : définition, compatibilité avec les opérations.	Interpréter géométriquement le conjugué d'un nombre complexe. Notation $\overline{z}$.
Le plan étant muni d'un repère orthonormal, affixe d'un point, d'un vecteur et image d'un nombre complexe.	On identifie $\mathbb{C}$ au plan usuel muni d'un repère orthonormal direct.
Module d'un nombre complexe. Relation $\|z\|^2 = z\overline{z}$. Module d'un produit et d'un quotient. Inégalité triangulaire, cas d'égalité.	Interpréter géométriquement le module d'un nombre complexe. Interpréter géométriquement $\|z-a\|$ avec $a, z \in \mathbb{C}$.
b) Ensemble $\mathbb{U}$ des nombres complexes de module 1	
Définition de $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ où $\theta \in \mathbb{R}$, formules d'Euler. Description des éléments de $\mathbb{U}$.	
Relation $\mathrm{e}^{\mathrm{i}a}\mathrm{e}^{\mathrm{i}b} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}(a+b)}$. Formule de Moivre.	Factoriser $1 \pm \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$. Linéariser et factoriser des expressions trigonométriques. Retrouver les expressions de $\cos(nt)$ et $\sin(nt)$ en fonction de $\cos(t)$ et $\sin(t)$ pour de petites valeurs de n. Il s'agit de consolider une pratique du calcul, en évitant tout excès de technicité.
Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe : $\mathrm{e}^z = \mathrm{e}^x\mathrm{e}^{\mathrm{i}y}$ où $z = x + iy$ et $x, y \in \mathbb{R}$.	
c) Arguments d'un nombre complexe non nul	
Arguments d'un nombre complexe non nul. Coordonnées polaires.	Écrire un nombre complexe non nul sous la forme $z = \rho\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ où $\rho > 0$ et $\theta \in \mathbb{R}$ (forme trigonométrique). Interpréter géométriquement un argument d'un nombre complexe. Transformer $a\cos(t) + b\sin(t)$ en $A\cos(t-\varphi)$. ⇆ PC et SI. Amplitude et phase. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §5.
Arguments d'un produit, d'un quotient.	
d) Équation du second degré dans $\mathbb{C}$	
Racines carrées d'un nombre complexe.	Déterminer les racines carrées d'un nombre complexe sous forme algébrique ou trigonométrique.
Équation du second degré dans $\mathbb{C}$.	Résoudre une équation du second degré dans $\mathbb{C}$.

Contenus	Capacités & Commentaires
e) Racines n-ièmes	
Racines de l'unité : définition, description, propriétés.	Représenter géométriquement les racines de l'unité. Notation $\mathbb{U}_n$.
Description des racines n-ième d'un nombre complexe.	Résoudre l'équation $z^n = \lambda$.
f) Nombres complexes et transformations affines du plan	
Interpréter géométriquement les transformations : $z \mapsto z+b\ ;\ z \mapsto az\ ;\ z \mapsto \overline{z}$ où a et b sont des nombres complexes.	

Géométrie élémentaire du plan

Les étudiants connaissent le plan géométrique euclidien en tant qu'ensemble de points, la façon d'associer à deux points A et B le vecteur $\overrightarrow{AB}$, ainsi que les propriétés opératoires usuelles. Il convient d'observer que tout vecteur s'exprime comme combinaison linéaire de deux vecteurs indépendants, c'est-à-dire non colinéaires. Dans le plan, les notions suivantes sont supposées connues : calcul vectoriel, distance euclidienne, orthogonalité, repère orthonormal, angles. La donnée d'un repère orthonormal identifie le plan à $\mathbb{R}^2$ ou à $\mathbb{C}$. La géométrie joue un rôle essentiel en mathématiques et dans les disciplines scientifiques et technologiques ; elle est au cœur des compétences de modélisation et de représentation. Ce chapitre doit être traité en liaison avec les autres disciplines ; on pourra se reporter à l'annexe « Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur ».

Contenus	Capacités & commentaires
a) Repérage dans le plan	
Repère orthonormal (ou orthonormé). Coordonnées cartésiennes, coordonnées polaires.	Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée. Passer des coordonnées polaires aux coordonnées cartésiennes. On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires.
b) Produit scalaire	
Définition géométrique : si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls alors $\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\cos(\vec{u},\vec{v})$ et $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0$ sinon. Bilinéarité, symétrie.	Interpréter le produit scalaire en termes de projection orthogonale. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4. Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale (démonstration non exigible). Caractériser l'orthogonalité de deux vecteurs. Déterminer une mesure d'un angle non orienté. ⇆ SI (Mécanique) ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4 et 5.

Contenus	Capacités & Commentaires
c) Déterminant dans une base orthonormée directe	
Définition géométrique : si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls alors $$[\vec{u},\vec{v}] = \|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\sin(\vec{u},\vec{v})$$ et $[\vec{u},\vec{v}] = 0$ sinon. Bilinéarité, antisymétrie.	Interpréter un déterminant en termes d'aire orientée d'un parallélogramme. Caractériser la colinéarité de deux vecteurs. La notion d'orientation du plan est admise, ainsi que celle de base orthonormale directe. Calculer le déterminant dans une base orthonormale directe. Démonstrations non exigibles. ⇆ SI (Mécanique) ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4 et 5.
d) Droites	
Définition, vecteur directeur, vecteur normal. Équation cartésienne et système d'équations paramétriques.	Passer d'une représentation paramétrique à une représentation cartésienne et inversement. Déterminer l'intersection de deux droites. Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite. Calculer la distance d'un point à une droite. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4.
e) Cercles	
Définition, équation cartésienne. Représentation paramétrique.	Reconnaître une équation cartésienne de cercle. Déterminer une équation d'un cercle à partir de son centre et de son rayon. Déterminer le centre et le rayon d'un cercle à partir d'une équation. Déterminer une équation d'un cercle connaissant les extrémités d'un diamètre. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4.

Géométrie élémentaire de l'espace

Dans ce chapitre, on adapte à l'espace les notions étudiées dans le chapitre de géométrie plane. L'étude de ce contenu mathématique nouveau s'appuie de façon essentielle sur le chapitre de géométrie plane et sur l'intuition géométrique développée dans les autres disciplines. Des notions telles que le repérage dans l'espace et le produit vectoriel doivent être abordées en concertation avec les professeurs des disciplines scientifiques et technologiques.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Repérage dans l'espace	
Repère orthonormal (ou orthonormé) de l'espace ; coordonnées cartésiennes.	Maîtriser le lien entre la géométrie pure et la géométrie repérée. On peut, à cette occasion, introduire le vocabulaire relatif à l'algèbre linéaire : famille libre, famille liée, vecteurs linéairement indépendants, vecteurs colinéaires, vecteurs coplanaires.
b) Produit scalaire	
Définition géométrique. Bilinéarité, symétrie.	Exprimer le produit scalaire dans une base orthonormale directe (démonstration hors programme).
c) Produit vectoriel dans l'espace orienté	
Définition géométrique : si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires, le produit vectoriel de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur de norme $\|\|\vec{u}\|\|\,\|\|\vec{v}\|\|\,\|\sin(\vec{u},\vec{v})\|$ directement orthogonal à $(\vec{u},\vec{v})$; sinon le produit vectoriel est le vecteur nul.	La notion d'orientation de l'espace, reposant sur les conventions physiques usuelles, est admise.
Bilinéarité, antisymétrie.	Exprimer le produit vectoriel dans une base orthonormale directe. Déterminer si deux vecteurs sont colinéaires. Démonstrations hors programme. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4. ⇆ SI (Cinématique)
d) Produit mixte dans l'espace orienté	
Définition du produit mixte de trois vecteurs : $$[\vec{u},\vec{v},\vec{w}] = (\vec{u}\wedge\vec{v})\cdot\vec{w}$$	Déterminer si trois vecteurs sont coplanaires. Interpréter $\left\|[\vec{u},\vec{v},\vec{w}]\right\|$ comme volume du parallélépipède construit sur $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$. Notation $[\vec{u},\vec{v},\vec{w}]$. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4.
Trilinéarité, antisymétrie.	Exprimer le produit mixte dans une base orthonormale directe. Démonstrations hors programme.
e) Plans et droites	
Différents modes de définition d'un plan : par un point et deux vecteurs non colinéaires, un point et un vecteur normal, trois points non alignés.	Déterminer une équation cartésienne ou un système d'équations paramétriques d'un plan. Passer d'une représentation à l'autre.

Contenus	Capacités & Commentaires
Différents modes de définition d'une droite : par un point et un vecteur directeur, par deux points distincts, comme intersection de deux plans.	Déterminer un vecteur directeur d'une droite définie comme intersection de deux plans. Déterminer un système d'équations cartésiennes ou un système d'équations paramétriques d'une droite. Passer d'une représentation à l'autre. Étudier les intersections. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §4.
Distance d'un point à un plan, distance d'un point à une droite.	Déterminer le projeté orthogonal d'un point sur une droite, sur un plan.

f) Sphères

Définition, équation cartésienne en repère orthonormé.	Reconnaître une équation cartésienne de sphère. Déterminer une équation d'une sphère à partir de son centre et de son rayon. Déterminer le centre et le rayon d'une sphère à partir d'une équation. Déterminer l'intersection d'une sphère et d'un plan.

Étude globale d'une fonction d'une variable réelle à valeurs réelles

Ce chapitre est naturellement à relier aux disciplines scientifiques et technologiques.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Généralités sur les fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}$	
Domaine de définition d'une fonction.	
Représentation graphique d'une fonction.	Représenter graphiquement une fonction donnée par son expression.
Fonctions paires, impaires, périodiques.	Interpréter géométriquement ces propriétés. Exemples de fonctions paires ou impaires définies sur une demi-période en vue de l'étude des séries de Fourier.
Somme, produit, composée.	
Monotonie.	
Fonctions majorées, minorées, bornées.	Interpréter géométriquement ces propriétés. Une fonction f est bornée si et seulement si $\|f\|$ est majorée.
Extremum, extremum local.	
b) Dérivation	
Équation de la tangente en un point.	Interpréter géométriquement la dérivée d'une fonction en un point.
Application à l'étude des variations d'une fonction.	Dresser le tableau de variation d'une fonction. À ce stade, un tableau de variation clairement présenté, accompagné de la détermination du signe de la dérivée et des valeurs ou limites aux bornes, vaut justification de bijectivité.

Contenus	Capacités & Commentaires
Fonction réciproque.	Tracer le graphe d'une fonction réciproque. Calculer la dérivée d'une fonction réciproque. La dérivée de la réciproque est obtenue géométriquement à l'aide de la symétrie des tangentes. La formule sera démontrée ultérieurement.

c) Étude d'une fonction

Plan d'étude d'une fonction.	Déterminer les symétries et les périodicités afin de réduire l'ensemble d'étude d'une fonction. Déterminer les variations et les limites d'une fonction. Déterminer les extremums éventuels d'une fonction. Tracer le graphe d'une fonction. Obtenir des inégalités grâce à une étude de fonction. Les asymptotes ainsi que la position des tangentes par rapport à la courbe seront traitées ultérieurement comme des applications des développements limités. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §3.

d) Fonctions usuelles

Valeur absolue.	Représenter graphiquement la fonction.
Partie entière.	Représenter graphiquement la fonction. Notation $\lfloor x \rfloor$. L'existence est admise. Toute technicité est exclue.
Étude des fonctions exponentielle, logarithme népérien, puissances.	Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions. Les fonctions puissances sont définies sur $\mathbb{R}_+^*$ et prolongées en 0 le cas échéant. Seules les fonctions puissances entières sont en outre définies sur $\mathbb{R}_-^*$. Relations $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$, $x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$, $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$.
Fonctions circulaires directes et réciproques : rappels sur les fonctions cos et sin, définition et étude des fonctions tan, arcsin, arccos, arctan.	Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §3.
Croissances comparées des fonctions logarithme népérien, puissances et exponentielle.	Comparer des fonctions au voisinage de l'infini.
Fonctions hyperboliques directes : ch, sh et th.	Déterminer la dérivée, les variations et le graphe de ces fonctions. Concernant la trigonométrie hyperbolique, la seule formule exigible est $\mathrm{ch}^2(t) - \mathrm{sh}^2(t) = 1$. Les fonctions hyperboliques réciproques sont hors programme.

Équations différentielles linéaires

Les étudiants ont étudié des exemples simples d'équations différentielles linéaires à coefficients constants, du premier et du second ordre. Il s'agit dans ce chapitre de consolider et d'étendre cette étude. Les équations différentielles sont un domaine à la fois très riche pour les mathématiques, pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur. Ce chapitre doit être traité en concertation avec les professeurs des autres disciplines afin de l'illustrer par des exemples issus des domaines scientifiques et technologiques. On se référera à l'annexe « Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur ».

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Équations différentielles linéaires du premier ordre	
Équation $y' + a(x)y = b(x)$, où a et b sont des fonctions, à valeurs réelles ou complexes, définies et continues sur un intervalle de $\mathbb{R}$.	Écrire et résoudre l'équation homogène associée. Utiliser le principe de superposition ou la méthode de variation de la constante pour trouver une solution particulière. Déterminer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière. Décrire l'ensemble des solutions. Les étudiants doivent savoir étudier des équations dans lesquelles la variable et la fonction inconnue sont représentées par d'autres lettres que x et y.
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée. La démonstration est hors programme. ⇆ PC, SI : circuits électriques RC, RL.
b) Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants	
Équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants $y'' + ay' + by = f(x)$ où a et b sont des nombres réels et f est une application continue à valeurs dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.	Donner l'équation caractéristique. Résoudre l'équation homogène, notamment dans le cas d'une équation de la forme $y'' \pm \omega^2 y = 0$. ⇆ Circuits électriques LC, RLC. Résistance des matériaux. Régime transitoire, régime stationnaire. Pôles d'un système. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §2. Déterminer une solution particulière dans le cas d'un second membre de la forme $P(x)e^{\omega x}$ avec $\omega \in \mathbb{C}$ et P une fonction polynomiale. Utiliser le principe de superposition. Exprimer la solution générale de l'équation avec second membre comme la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière. Aucune technique n'est exigible pour toute autre forme de second membre.
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Déterminer la solution vérifiant une condition initiale donnée. La démonstration est hors programme.

Systèmes linéaires

Il s'agit d'introduire des notions nouvelles pour les étudiants. L'objectif est double :

- *maîtriser la théorie des systèmes linéaires du point de vue de la méthode du pivot, pour son intérêt mathématique et algorithmique, ainsi que pour ses applications aux disciplines scientifiques et technologiques ;*
- *préparer l'introduction de l'algèbre linéaire abstraite.*

Les résultats, présentés dans le cadre des systèmes à coefficients réels, sont étendus sans difficulté au cas des systèmes à coefficients complexes.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Systèmes linéaires	
Définition d'un système linéaire de n équations à p inconnues.	Reconnaître qu'un système donné est un système linéaire. Les solutions sont définies comme éléments de $\mathbb{R}^p$.
Système homogène.	Système homogène associé à un système quelconque.
Matrice A d'un système linéaire ; matrice augmentée $(A\|B)$ où B est la colonne des seconds membres.	Calculer le produit d'une matrice par une colonne. Écrire un système sous la forme matricielle $AX = B$.
Opérations élémentaires sur les lignes d'un système ou d'une matrice : échange des lignes L_i et L_j, multiplication de L_i par $\lambda \neq 0$, ajout de $\lambda \cdot L_j$ à L_i pour $i \neq j$.	Interpréter les opérations sur les lignes en termes de système linéaire. Notations $L_i \leftrightarrow L_j$; $L_i \leftarrow \lambda L_i$; $L_i \leftarrow L_i + \lambda L_j$.
Deux systèmes sont dits équivalents si on passe de l'un à l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.	
Deux systèmes équivalents ont le même ensemble de solutions.	Maîtriser la notion de système équivalent.
Deux matrices sont dites équivalentes en lignes si elles se déduisent l'une de l'autre par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes.	Relier cette notion à la théorie des systèmes linéaires. Notation $A \underset{L}{\sim} A'$.
Si on passe d'un système $\mathscr{S}$ à un autre système $\mathscr{S}'$ par une suite finie d'opérations élémentaires sur les lignes, la matrice augmentée de $\mathscr{S}'$ s'obtient en effectuant la même suite d'opérations élémentaires sur la matrice augmentée de $\mathscr{S}$.	Cela justifie la présentation matricielle d'un système linéaire.
b) Échelonnement et algorithme du pivot de Gauss-Jordan	
Matrice échelonnée en ligne.	Reconnaître et exploiter des matrices échelonnées dans le cadre de l'étude de systèmes linéaires. Un schéma « en escalier » illustre la notion de matrice échelonnée. On appelle pivot le premier coefficient non nul de chaque ligne non entièrement nulle.
c) Résolution d'un système linéaire	
Inconnues principales et inconnues secondaires (paramètres).	Faire le lien entre nombre d'équations, nombre d'inconnues et nombre de pivots. ⇆ PC SI : degrés de liberté en mécanique, système hyperstatique ou isostatique. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §1.

Contenus	Capacités & Commentaires
Rang d'un système linéaire.	Le rang est ici défini comme égal au nombre de pivots. On admettra la cohérence de cette définition.
Système incompatible. Système compatible.	Déterminer des conditions de compatibilité pour un système donné.

d) Famille de vecteurs de $\mathbb{R}^n$

Combinaison linéaire d'une famille finie $\mathscr{F}$ de vecteurs. Famille libre, famille liée.	Notation $\mathrm{Vect}(\mathscr{F})$. Déterminer si une famille de vecteurs est libre ou liée.
Si A est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de p vecteurs $u_1, u_2, \dots, u_p$ de $\mathbb{R}^n$, les propriétés suivantes sont équivalentes : (i) la famille $(u_1, \dots, u_p)$ est libre ; (ii) le système $AX = 0$ a pour seule solution la solution triviale ; (iii) le nombre de pivots est égal à p.	L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas un attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes.
Famille génératrice de $\mathbb{R}^n$. Si A est la matrice dont les colonnes sont les coordonnées de p vecteurs $u_1, u_2, \dots, u_p$ de $\mathbb{R}^n$, les propriétés suivantes sont équivalentes : (i) les vecteurs $u_1, \dots, u_p$ forment une famille génératrice de $\mathbb{R}^n$; (ii) pour toute matrice colonne B à n lignes, le système $AX = B$ est compatible ; (iii) le nombre de pivots est égal à n.	Déterminer un système d'équations linéaires de $\mathrm{Vect}(u_1, \dots, u_p)$. Donner une interprétation géométrique dans les cas $n = 2$ et $n = 3$. L'équivalence de ces trois propriétés dans un cadre général et formel n'est pas un attendu du programme. En revanche, sa mise en œuvre sur des exemples permet d'illustrer le changement entre les registres suivants : familles de vecteurs, matrices, systèmes. $\leftrightarrows$ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §1.

Polynômes

L'objectif est d'étudier, par des méthodes élémentaires, les propriétés de base des polynômes, et de les exploiter pour la résolution de problèmes portant sur les équations algébriques et les fonctions numériques. Le programme se limite au cas où les coefficients sont réels ou complexes ($\mathbb{K}$ désignant $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$). On pourra confondre polynômes et fonctions polynomiales.

Contenus	Capacités & commentaires

a) Polynômes à une indéterminée

Définition d'un polynôme comme fonction polynomiale de $\mathbb{K}$ dans $\mathbb{K}$. Ensemble $\mathbb{K}[X]$ des polynômes à coefficients dans $\mathbb{K}$.	Aucune connaissance de la construction de $\mathbb{K}[X]$ n'est exigible. Notation $a_0 + a_1 X + \cdots + a_n X^n$ ou $\sum_{p=0}^{n} a_p X^p$.
Opérations : somme, produit et composée.	
Degré d'un polynôme. Coefficient dominant, polynôme unitaire (ou normalisé). Degré d'une somme et d'un produit.	Le degré du polynôme nul vaut par convention $-\infty$. Ensemble $\mathbb{K}_n[X]$ des polynômes de degré au plus n.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
b) Bases de l'arithmétique dans $\mathbb{K}[X]$	
Divisibilité dans $\mathbb{K}[X]$. Diviseurs et multiples.	
Division euclidienne dans $\mathbb{K}[X]$.	Effectuer une division euclidienne de polynômes. $\leftrightarrows$ I
c) Racines	
Racine (ou zéro) d'un polynôme.	Déterminer les racines d'un polynôme. Caractériser les racines par la divisibilité. Factoriser par $(X-a)$ lorsque a est racine.
Multiplicité d'une racine. Caractérisation par les valeurs des dérivées successives en a de l'ordre de multiplicité de la racine a. Majoration du nombre de racines d'un polynôme non nul par son degré. Polynôme scindé sur $\mathbb{K}$.	Démonstration non exigible. Factoriser par $(X-a)^{\alpha}$ lorsque a est racine d'ordre de multiplicité α.
d) Décomposition en facteurs irréductibles	
Théorème de d'Alembert-Gauss. Polynômes irréductibles. Description des polynômes irréductibles de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$. Décomposition d'un polynôme en facteurs irréductibles sur $\mathbb{C}$ et sur $\mathbb{R}$.	La démonstration de ce théorème est hors programme.
e) Somme et produit des racines d'un polynôme	
Expressions de la somme et du produit des racines d'un polynôme en fonction de ses coefficients. Cas des polynômes de degré deux.	Les autres fonctions symétriques élémentaires sont hors programme.
f) Fractions rationnelles	
Existence et unicité de la partie entière d'une fraction rationnelle R ; détermination de la partie polaire de R relative à un pôle a.	Calcul de la partie polaire en un pôle simple. Aucune connaissance n'est exigible dans le cas de pôles d'ordre supérieur. La démonstration de l'existence et de l'unicité de la partie polaire est hors programme.
Exemples de décomposition en éléments simples sur $\mathbb{C}$ ou $\mathbb{R}$ d'une fraction rationnelle à coefficients réels, lorsque les pôles complexes sont d'ordre 1 ou 2.	L'objectif est la mise en pratique sur des cas simples.

Calcul matriciel

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Matrices : opérations et propriétés	
Ensemble des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans $\mathbb{K}$.	Notation $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.
Matrices carrées, matrices triangulaires, matrices diagonales.	
Somme de deux matrices. Multiplication par un scalaire.	Interpréter le produit AX d'une matrice par une colonne comme une combinaison linéaire des colonnes de A.
Produit de deux matrices.	Interpréter la j-ème colonne du produit AB comme le produit de A par la j-ème colonne de B. Interpréter la i-ème ligne du produit AB comme le produit de la i-ème ligne de A par B.
Formule du binôme.	Calculer les puissances de certaines matrices carrées.
b) Matrice inversible	
Matrice carrée inversible. Inverse. On appelle groupe linéaire, noté $\mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$, l'ensemble des matrices inversibles de taille n.	Caractériser l'inversibilité d'une matrice carrée A par l'existence et l'unicité de la solution de tout système de la forme $AX = B$ où X et B sont deux matrices colonnes. Caractériser l'inversibilité par le nombre de pivots. Reconnaître une matrice inversible et calculer son inverse. On admet que l'inversibilité à droite implique l'inversibilité à gauche et réciproquement. Toute théorie générale des groupes est exclue. La notion de comatrice est non exigible.
Inverse du produit de matrices inversibles.	
c) Application linéaire de $\mathbb{K}^p$ dans $\mathbb{K}^n$ canoniquement associée à une matrice	
On peut identifier les éléments de $\mathbb{K}^p$ et de $\mathbb{K}^n$ avec des matrices colonnes.	
Application $X \mapsto AX$. Linéarité.	Passer d'une écriture du type $(x, y) \mapsto (ax + by, cx + dy)$ à une écriture matricielle et réciproquement.
L'image AX est combinaison linéaire des colonnes de A. Image et noyau d'une matrice.	Déterminer des équations de l'image et du noyau de A. On utilise l'échelonnement d'un système pour déterminer des équations de l'image.

Espaces vectoriels et applications linéaires

Le programme se limite à l'algèbre linéaire sur $\mathbb{R}$ et sur $\mathbb{C}$. Après l'approche numérique des chapitres « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel », on passe à une vision plus géométrique. Les trois grands thèmes traités sont les espaces vectoriels, la théorie de la dimension finie et les applications linéaires.

Dans le sous-chapitre « A - Espaces vectoriels » on généralise les objets de la géométrie du plan et de l'espace : vecteurs, bases, droites, plans...

Le deuxième sous-chapitre « B - Espaces vectoriels de dimension finie » vise à définir la dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie et en présente plusieurs méthodes de calcul. La notion de dimension interprète le nombre de degrés de liberté pour un problème linéaire.

L'étude des applications linéaires suit naturellement celle des espaces vectoriels au sous-chapitre « C - Applications linéaires et représentations matricielles ». Son objectif est de fournir un cadre aux problèmes linéaires. Il convient de souligner, à l'aide de nombreuses figures, comment l'intuition géométrique permet d'interpréter en petite dimension les notions de l'algèbre linéaire, ce qui facilite leur extension à une dimension supérieure.

Au moins deux approches pédagogiques sont possibles :
- *traiter ce chapitre selon l'ordre présenté ci-dessous, en l'illustrant notamment sur les espaces $\mathbb{K}^n$ à l'aide des techniques développées dans les chapitres « Systèmes linéaires » et « Calcul matriciel » ;*
- *mettre en place les différentes notions (sous-espaces vectoriels, familles de vecteurs, dimension, applications linéaires) dans le cas particulier des espaces $\mathbb{K}^n$ avant de les étendre aux espaces vectoriels généraux.*

Il est attendu des étudiants qu'ils sachent reconnaître une situation se prêtant à une modélisation linéaire conduisant à une représentation adaptée dans un espace bien choisi.

A - Espaces vectoriels

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Espaces et sous-espaces vectoriels	
Définition d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel. Espaces vectoriels de référence : $\mathbb{K}^n$ pour $n \in \mathbb{N}^*$, $\mathbb{K}[X]$, $\mathbb{K}^\Omega$ pour Ω non vide (cas particulier des suites) et $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.	
Combinaisons linéaires d'un nombre fini de vecteurs.	Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.
Sous-espaces d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel : définition et caractérisation. Droites et plans vectoriels.	Identifier un ensemble comme un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel connu.
L'ensemble des solutions d'un système linéaire homogène à p inconnues et à coefficients dans $\mathbb{K}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^p$.	
L'ensemble des solutions sur un intervalle I d'une équation différentielle linéaire homogène est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{K}^I = \mathscr{F}(I, \mathbb{K})$.	Appréhender le concept d'espace vectoriel de fonctions.
Sous-espace engendré par une famille finie de vecteurs. Intersection de sous-espaces vectoriels.	Notation $\mathrm{Vect}(u_1, \dots, u_p)$. Passer du registre géométrique au registre algébrique et inversement.
Somme de deux sous-espaces F et G d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E.	
La somme $F+G$ est dite directe si l'écriture de tout vecteur de $F+G$ comme somme d'un élément de F et d'un élément de G est unique.	Exploiter une relation $F \cap G = \{0\}$ pour démontrer que F et G sont en somme directe. Déterminer l'unique décomposition d'un vecteur donné dans une somme directe.
Sous-espaces supplémentaires.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
b) Familles finies de vecteurs	
Vecteurs colinéaires. Famille libre, famille liée.	Déterminer si une famille donnée est libre ou liée.
Toute famille de polynômes non nuls à coefficients dans $\mathbb{K}$ et de degrés échelonnés est libre. Famille génératrice d'un sous-espace vectoriel.	Déterminer si une famille est génératrice.
Bases. Exemples usuels : bases canoniques des espaces $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}_n[X]$ et $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.	
Coordonnées dans une base. Matrice colonne des coordonnées d'un vecteur x dans une base $\mathscr{B}$.	Déterminer les coordonnées d'un vecteur donné dans une base donnée. Notation $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(x)$.
Base adaptée à une somme directe. Si $(e_1,\dots,e_k,e_{k+1},\dots,e_n)$ est une famille libre d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E alors $\mathrm{Vect}(e_1,\dots,e_k)$ et $\mathrm{Vect}(e_{k+1},\dots,e_n)$ sont en somme directe.	

B - Espaces vectoriels de dimension finie

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Dimension finie	
Un espace vectoriel est dit de dimension finie s'il admet une famille génératrice finie. Théorème de la base extraite : de toute famille génératrice d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel non nul E, on peut extraire une base de E.	Exhiber une base d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E non nul de dimension finie. Application à l'existence d'une base pour tout $\mathbb{K}$-espace vectoriel non nul de dimension finie.
Théorème de la base incomplète : toute famille libre de E peut être complétée en une base. Dans un espace engendré par n vecteurs, toute famille de $n+1$ vecteurs est liée. Dimension. Dimensions de $\mathbb{K}^n$, $\mathbb{K}_n[X]$ et $\mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$. Si E est de dimension n et $\mathscr{F}$ une famille de n vecteurs de E, alors $\mathscr{F}$ est une base de E si et seulement si $\mathscr{F}$ est libre, si et seulement si $\mathscr{F}$ est génératrice.	On convient que l'espace $\{0_E\}$ est de dimension nulle.
b) Sous-espaces d'un espace vectoriel de dimension finie	
Si F est un sous-espace d'un espace vectoriel E de dimension finie alors F est de dimension finie et $\dim(F) \leqslant \dim(E)$. De plus, $F = E$ si et seulement si les deux dimensions sont égales.	Démontrer l'égalité de deux sous-espaces vectoriels à l'aide d'une inclusion et de l'égalité de leurs dimensions.
Supplémentaires d'un sous-espace. Existence, dimension commune.	Démontrer que deux sous-espaces vectoriels sont supplémentaires à l'aide de la caractérisation par l'intersection nulle et la somme des dimensions.

Contenus	Capacités & Commentaires
Dimension de la somme de deux sous-espaces : formule de Grassmann.	Cas d'une somme directe.

c) Famille finie de vecteurs

Contenus	Capacités & Commentaires
Rang d'une famille finie $(u_1,\ldots,u_p)$ de vecteurs d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel.	Majorer le rang d'une famille de vecteurs en exhibant une relation linéaire. Le minorer en exhibant une sous-famille libre. Utiliser le rang d'une famille de vecteurs pour démontrer qu'elle est libre ou génératrice. Notation $\mathrm{rg}(u_1,\ldots,u_p)$.

C - Applications linéaires et représentations matricielles

Contenus	Capacités & commentaires

a) Généralités

Contenus	Capacités & Commentaires
Applications linéaires, endomorphismes, isomorphismes et automorphismes.	Notations $\mathscr{L}(E,F)$ et $\mathscr{L}(E)$.
Opérations sur les applications linéaires : combinaisons linéaires et composées.	
Règles de calcul.	
Réciproque d'un isomorphisme, composée d'isomorphismes.	Notation $\mathrm{GL}(E)$ pour le groupe linéaire.
Image directe d'un sous-espace vectoriel.	
Image et noyau. L'image par une application linéaire u d'une famille génératrice de E est génératrice de $\mathrm{Im}(u)$.	Déterminer une base de l'image, du noyau d'une application linéaire. Caractériser l'injectivité d'une application linéaire à l'aide du noyau, la surjectivité à l'aide de l'image. Notations $\mathrm{Im}(u)$, $\mathrm{Ker}(u)$.

b) Isomorphismes

Contenus	Capacités & Commentaires
Une application linéaire de E dans F est un isomorphisme si et seulement si elle transforme une (toute) base de E en une base de F. Espaces isomorphes, caractérisation par la dimension.	
Si E et F ont même dimension finie alors une application linéaire de E dans F est bijective si et seulement si elle est injective ou surjective.	Cas particulier des endomorphismes. Contre-exemples en dimension infinie.

c) Modes de définition d'une application linéaire

Contenus	Capacités & Commentaires
Une application linéaire est entièrement déterminée par l'image d'une base. Une application linéaire définie sur $E = E_1 \oplus E_2$ est déterminée par ses restrictions à E_1 et E_2.	

d) Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel

Contenus	Capacités & Commentaires
Identité, homothéties.	Notation Id_E.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Projecteurs et symétries associés à deux sous-espaces supplémentaires.	

e) Rang d'une application linéaire

Rang d'une application linéaire. Théorème du rang : si E est de dimension finie et $u \in \mathscr{L}(E,F)$ alors u est de rang fini et $\dim(E) = \dim(\mathrm{Ker}(u)) + \mathrm{rg}(u)$.	La démonstration est hors programme.

f) Équations linéaires

Une équation, d'inconnue $x \in E$, est dite linéaire si elle est de la forme $u(x) = b$ où $u \in \mathscr{L}(E,F)$ et $b \in F$. Structure des solutions, condition de compatibilité, lien avec $\mathrm{Ker}(u)$ et $\mathrm{Im}(u)$.	Exemples des systèmes linéaires et des équations différentielles linéaires d'ordre 1 et 2. La notion de sous-espace affine est hors programme.

g) Représentation matricielle en dimension finie

Matrice d'une application linéaire u dans un couple de bases.	Passer du registre vectoriel au registre matriciel pour exprimer les coordonnées de $u(x)$ en fonction de celles de x. Déterminer la matrice, dans une base adaptée, d'un projecteur et d'une symétrie. Notation $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(u)$, où $\mathscr{B}$ est une base de l'espace de départ et $\mathscr{C}$ une base de l'espace d'arrivée. Notation $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}}(u)$ dans le cas où $\mathscr{B} = \mathscr{C}$.
Un couple de bases étant fixé, isomorphisme $u \mapsto \mathrm{Mat}_{\mathscr{B},\mathscr{C}}(u)$. Application au calcul de la dimension de $\mathscr{L}(E,F)$. Matrice d'une composée. Lien entre matrices inversibles et isomorphismes. Matrice de passage d'une base à une autre. Effet d'un changement de bases sur la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, d'un endomorphisme. Matrices semblables.	Déterminer la matrice d'un vecteur, d'une application linéaire, après un changement de base(s). Choisir une base adaptée à un problème donné.

h) Rang d'une matrice

Rang d'une matrice A, pour $A \in \mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$.	Faire le lien entre divers aspects de la notion de rang (rang d'une matrice, d'une application linéaire, d'une famille de vecteurs, d'un système linéaire). Calculer le rang d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire par la méthode du pivot. Pour le calcul à la main, on se limite à des cas simples $\leftrightarrows$ I.
Caractérisation des matrices inversibles à l'aide du rang.	

i) Trace et transposée d'une matrice

Trace d'une matrice. Linéarité. $\mathrm{Tr}(AB) = \mathrm{Tr}(BA)$. Deux matrices semblables ont même trace. Trace d'un endomorphisme en dimension finie.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Transposée d'une matrice. Opérations sur les transposées : combinaison linéaire, produit, inverse.	Notations $A^\top$ et ${}^tA$. Matrice symétrique, antisymétrique.

Déterminants

Ce chapitre développe une théorie du déterminant des matrices carrées, puis des endomorphismes d'un espace de dimension finie. Il met en évidence l'aspect algébrique (caractérisation des matrices inversibles) et l'aspect géométrique (volume orienté).

Les capacités attendues sont la connaissance et l'utilisation des propriétés du déterminant permettant un calcul simple via des opérations élémentaires. Tout excès de technicité est exclu et l'outil informatique est utilisé dès que le calcul s'avère trop lourd.

Dans toute cette partie, $\mathbb{K}$ désigne $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Déterminant d'une matrice carrée	
Il existe une unique application de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dans $\mathbb{K}$, appelée déterminant, telle que : (i) le déterminant est linéaire par rapport à chacune des colonnes ; (ii) l'échange de deux colonnes a pour effet de multiplier le déterminant par -1 ; (iii) le déterminant de la matrice unité I_n vaut 1.	Notation det. La démonstration de ce théorème pour $n \geqslant 4$ et la notion générale de forme multilinéaire sont hors programme. Interprétation géométrique de cette définition pour $n \in \{2,3\}$ par les notions d'aire et de volume algébriques.
b) Propriétés du déterminant	
Le déterminant d'une matrice ayant deux colonnes égales est nul. Expression de $\det(\lambda A)$ pour $\lambda \in \mathbb{K}$ et $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.	
Effet sur un déterminant des opérations élémentaires en colonnes. Déterminant d'une matrice triangulaire. Une matrice carrée est inversible si et seulement si son déterminant est non nul.	⇆ I : calcul du déterminant d'une matrice.
Déterminant d'un produit de matrices carrées. Déterminant de l'inverse.	Démonstration hors programme.
Déterminant de la transposée d'une matrice carrée.	Démonstration hors programme. Le déterminant vérifie les mêmes propriétés vis-à-vis des lignes que des colonnes.
Développement par rapport à une colonne ou une ligne du déterminant d'une matrice.	Démonstration non exigible. La notion de comatrice est hors programme.
Déterminant d'une matrice de la forme $\begin{pmatrix} A & B \\ 0 & D \end{pmatrix}$	Démonstration non exigible.
c) Déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme	
Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base. Caractérisation des bases. Déterminant d'un endomorphisme. Caractérisation des automorphismes.	La formule de changement de bases pour un déterminant est hors programme. Traduction sur les déterminants d'endomorphismes des propriétés vues sur les déterminants de matrices.

Réduction d'endomorphismes

Ce chapitre étudie la réduction des matrices et des endomorphismes d'un espace vectoriel de dimension finie. L'application des résultats de la réduction à la recherche des solutions d'une récurrence linéaire à coefficients constants crée un nouveau pont entre l'algèbre et l'analyse et anticipe l'étude des équations différentielles linéaires dont la résolution repose sur des outils similaires.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Éléments propres et polynôme caractéristique	
Valeur propre, vecteur propre, sous-espace propre d'un endomorphisme. Spectre.	Interprétation en termes de droite stable. Notation Sp. ⇆ SI : matrice d'inductance, d'inductance cyclique et d'inductance homopolaire.
Une somme finie de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe. Polynôme caractéristique d'un endomorphisme. Les racines du polynôme caractéristique sont les valeurs propres. Ordre de multiplicité d'une valeur propre. Comparaison entre l'ordre de multiplicité d'une valeur propre et la dimension du sous-espace propre associé.	
Éléments propres d'une matrice.	Extension des définitions et de ces résultats aux matrices.
b) Endomorphismes et matrices diagonalisables	
Un endomorphisme est dit diagonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est diagonale.	Interprétation : existence d'une base de vecteurs propres.
Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si la somme de ses sous-espaces propres est égale à E. Un endomorphisme est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et l'ordre de multiplicité de chaque valeur propre est égal à la dimension du sous-espace propre associé. Un endomorphisme dont le polynôme caractéristique est scindé et dont toutes les valeurs propres sont simples est diagonalisable.	
Une matrice est dite diagonalisable si elle est semblable à une matrice diagonale.	Extension des résultats précédents au cas des matrices. ⇆ SI : machines électriques.
c) Endomorphismes et matrices trigonalisables	
Un endomorphisme est dit trigonalisable s'il existe une base dans laquelle sa matrice est triangulaire supérieure.	
Un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé.	Démonstration hors programme. Aucune technique de trigonalisation effective n'est au programme.
En particulier, tout endomorphisme d'un $\mathbb{C}$-espace vectoriel est trigonalisable. Expression du déterminant et de la trace d'un endomorphisme trigonalisable en fonction des valeurs propres.	
	Extension des résultats aux matrices.
d) Applications de la réduction	
Calcul des puissances d'une matrice diagonalisable.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Résolution de systèmes récurrents linéaires homogènes.	Les étudiants doivent aussi savoir traduire une récurrence scalaire en une récurrence vectorielle d'ordre 1 du type $X_{n+1} = AX_n$.

Espaces euclidiens

Ce chapitre est organisé autour de trois objectifs :

- *introduire les notions fondamentales liées à la structure euclidienne de* $\mathbb{R}^n$ *;*
- *étudier les matrices orthogonales, notamment dans le cas des dimensions* 2 *et* 3 *en insistant sur les représentations géométriques ;*
- *traiter la réduction des matrices symétriques réelles,*

Dans ce chapitre, seules les connaissances liées à la structure euclidienne de $\mathbb{R}^n$ peuvent faire l'objet d'une évaluation.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Produit scalaire et norme	
Produit scalaire. Espace euclidien.	Notations $\langle x, y\rangle$, $(x\|y)$, $x \cdot y$. On pourra donner des exemples de produits scalaires définis par une intégrale sur des espaces de fonctions et de polynômes mais aucune connaissance sur des espaces euclidiens autres que $\mathbb{R}^n$ n'est exigible.
Produit scalaire euclidien canonique sur $\mathbb{R}^n$. Norme associée à un produit scalaire, distance associée. Bases orthonormales de $\mathbb{R}^n$. Coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormale ; expression du produit scalaire et de la norme.	
b) Isométries vectorielles de l'espace euclidien $\mathbb{R}^n$ et matrices orthogonales	
Un endomorphisme de l'espace euclidien $\mathbb{R}^n$ est une isométrie vectorielle s'il conserve la norme. Matrice orthogonale : définition par l'égalité ${}^tAA = I_n$.	
Caractérisation à l'aide des colonnes ou des lignes.	Démonstration non exigible.
Groupe orthogonal d'ordre n.	Notations $\mathrm{O}_n(\mathbb{R})$, $\mathrm{O}(n)$.
Si $\mathscr{B}_0$ est une base orthonormale de $\mathbb{R}^n$ et u un endomorphisme de $\mathbb{R}^n$, alors u est une isométrie vectorielle si et seulement si $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}_0}(u)$ est orthogonale.	Démonstration non exigible.
Déterminant d'une matrice orthogonale, d'une isométrie vectorielle.	Application à l'orientation d'un espace euclidien et à la notion de base orthonormale directe.
c) Classification en dimensions 2 et 3	
Description du groupe orthogonal en dimensions 2 et 3.	Utilisation des éléments propres pour la classification des isométries. Les étudiants doivent savoir déterminer les caractéristiques géométriques d'une isométrie.
d) Matrices symétriques réelles	
Théorème spectral : pour toute matrice symétrique réelle A, il existe une matrice diagonale D et une matrice orthogonale P telles que $D = P^{-1}AP$.	Démonstration hors programme. La notion d'endomorphisme symétrique est hors programme. ⇆ PC/SI : matrice d'inertie.

Nombres réels et suites numériques

L'objectif est d'énoncer les propriétés fondamentales de la droite réelle, et de les appliquer à l'étude des suites, qui interviennent en mathématiques tant pour leur intérêt pratique (modélisation de phénomènes discrets) que théorique (approximations de nombres réels). Les notions de borne supérieure et inférieure sont introduites uniquement pour aboutir au théorème de la limite monotone.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Nombres réels	
Ensembles usuels de nombres : entiers relatifs, nombres décimaux, nombres rationnels.	La construction de ces ensembles de nombres est hors programme.
Droite réelle.	Faire le lien avec la géométrie. La construction de $\mathbb{R}$ est hors programme.
La relation d'ordre $\leqslant$ dans $\mathbb{R}$: majorant, maximum, minorant, minimum.	
Borne supérieure (resp. inférieure) d'une partie non vide majorée (resp. minorée) de $\mathbb{R}$.	Déterminer les bornes supérieure et inférieure éventuelles de fonctions. Aucun développement n'est attendu.
Approximations décimales d'un nombre réel.	Déterminer les valeurs décimales approchées à la précision 10^{-n} par défaut et par excès. ⇆ I : représentation informatique des réels.
b) Généralités sur les suites réelles	
Modes de définition d'une suite.	Reconnaître une suite définie de façon explicite, implicite ou par récurrence. La notion de suite extraite n'est pas exigible.
Opérations. Monotonie, stricte monotonie.	
Suites minorées, majorées, bornées.	Manipuler sur des exemples des majorations et minorations. Une suite (u_n) est bornée si et seulement si $(\|u_n\|)$ est majorée.
Suites arithmétiques et suites géométriques.	Les suites arithmético-géométriques ne font pas l'objet d'un cours.
c) Limite d'une suite réelle	
Limite finie ou infinie d'une suite.	Prouver l'existence d'une limite ℓ en majorant $\|u_n - \ell\|$, notamment lorsque la suite vérifie une inégalité du type : $\|u_{n+1} - \ell\| \leqslant k\|u_n - \ell\|$. Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Notation $u_n \to \ell$.
Unicité de la limite.	Notation $\lim u_n$.
Suite convergente, suite divergente. Toute suite réelle convergente est bornée.	
Opérations sur les limites de suites : somme, multiplication par un scalaire, produit, inverse.	Lever une indétermination.
Cas des suites géométriques, arithmétiques. Passage à la limite dans une inégalité.	
d) Théorèmes d'existence d'une limite	
Théorèmes de convergence par encadrement.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Divergence par comparaison : si (u_n) tend vers $+\infty$ et si, pour tout n, on a $u_n \leqslant v_n$, alors (v_n) tend vers $+\infty$.	Adapter cet énoncé aux suites tendant vers $-\infty$.
Théorème de la limite monotone.	Exploiter ce théorème sur des exemples. La démonstration de ce théorème est hors programme.
Théorème des suites adjacentes.	Il convient d'insister sur l'intérêt algorithmique de cette notion : résolution approchée par dichotomie d'une équation du type $f(x) = 0$ et approximations décimales d'un nombre réel.

e) Comparaisons de suites

Relations de comparaison : négligeabilité, équivalence.	Notations $u_n = o(v_n)$ et $u_n \sim v_n$. On définit ces relations à partir du quotient $\dfrac{u_n}{v_n}$ en supposant que la suite (v_n) ne s'annule pas à partir d'un certain rang.
Croissances comparées des suites usuelles : $\ln^{\beta}(n)$, n^{α}, $e^{\gamma n}$ et $n!$.	Traduire les croissances comparées à l'aide de o.
Liens entre les différentes relations de comparaison.	Équivalence entre les relations $u_n \sim v_n$ et $u_n - v_n = o(v_n)$.
Compatibilité de l'équivalence avec le produit, le quotient, les puissances.	Exploiter ces résultats pour déterminer le comportement asymptotique de suites.
Propriétés conservées par équivalence : signe, limite.	

Limites, continuité et dérivabilité

Ce chapitre est divisé en deux parties, consacrées aux limites et à la continuité pour la première, au calcul différentiel pour la seconde. On y formalise les résultats qui ont été utilisés d'un point de vue calculatoire dans le premier chapitre d'analyse.

Dans de nombreuses questions de nature qualitative, on visualise une fonction par son graphe. Il convient de souligner cet aspect géométrique en ayant recours à de nombreuses figures.

Les fonctions sont définies sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ non vide et non réduit à un point et sont à valeurs réelles.

Dans un souci d'unification, on dit qu'une propriété portant sur une fonction f définie sur I est vraie au voisinage de a si elle est vraie sur l'intersection de I avec un intervalle ouvert centré sur a si a est réel, avec un intervalle $[A,+\infty[$ si $a=+\infty$, avec un intervalle $]-\infty,A]$ si $a=-\infty$.

A - Limites et continuité

L'essentiel du paragraphe a) consiste à adapter au cadre continu les notions déjà abordées pour les suites. Le professeur a la liberté d'admettre certains résultats.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Limite finie ou infinie en un point ou en $\pm\infty$	
Étant donné un point a appartenant à I ou extrémité de I, limite finie ou infinie d'une fonction en a.	Les définitions sont énoncées avec des inégalités larges. Notations $f(x) \underset{x\to a}{\longrightarrow} \ell$, $f(x) \underset{x\to\pm\infty}{\longrightarrow} \ell$.
Unicité de la limite.	Notation $\lim\limits_{x\to a} f(x)=\ell$.
Si f admet une limite finie en a alors f est bornée au voisinage de a.	
Limite à droite, limite à gauche.	Notations $\lim\limits_{\substack{x\to a\\x>a}} f(x)$ ou $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$.
Extension de la notion de limite en a lorsque f est définie sur $I\setminus\{a\}$.	
Opérations sur les fonctions admettant une limite finie ou infinie en a.	Exploiter ces résultats sur des exemples. Adaptation des énoncés relatifs aux suites.
Image d'une suite de limite ℓ par une fonction admettant une limite en ℓ.	
b) Comparaison des fonctions	
Passage à la limite dans une inégalité. Théorème d'encadrement pour les fonctions. Théorème de la limite monotone. Relations de négligeabilité et d'équivalence.	Démonstration non exigible. Adapter au cas des fonctions les définitions et les résultats étudiés sur les suites.
c) Continuité en un point	
Continuité de f en un point a de I.	Pour a appartenant à I, la fonction f est continue en a si et seulement si elle admet une limite finie en a.
Continuité à droite et à gauche. Prolongement par continuité en un point.	Pour a n'appartenant pas à I, la fonction f a une limite finie en a si et seulement si elle se prolonge par continuité en a.
Opérations sur les fonctions continues : somme, produit, quotient, composition.	Exploiter ces résultats sur des exemples.

Contenus	Capacités & Commentaires
d) Continuité sur un intervalle	
Définition. Opérations. Ensemble $\mathscr{C}(I,\mathbb{R})$. Théorème des valeurs intermédiaires. Image d'un intervalle par une fonction continue.	Appliquer le procédé de dichotomie à l'approximation d'un zéro d'une fonction continue. La démonstration n'est pas exigible. ⇆ I : application de la dichotomie à l'approximation d'un zéro d'une fonction continue.
Une fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes.	La démonstration est hors programme.
e) Continuité et bijectivité	
Toute fonction f continue et strictement monotone sur un intervalle I réalise une bijection de I sur l'intervalle $f(I)$; sa réciproque est continue et strictement monotone sur $f(I)$ (de même monotonie que la fonction f).	Appliquer ce résultat sur des exemples. Comparer la représentation graphique d'une fonction continue strictement monotone et celle de sa réciproque. La démonstration est hors programme.

B - Dérivabilité

Contenus	Capacités & commentaires
a) Nombre dérivé, fonction dérivée	
Dérivabilité de f en a, nombre dérivé.	Étudier la dérivabilité d'une fonction en un point particulier, à partir de la définition. Notation $f'(a)$.
Équivalence avec l'existence d'un développement limité en a à l'ordre 1.	La droite d'équation $$y = f(a) + f'(a)(x-a)$$ est appelée tangente au graphe de f au point d'abscisse a. Cette définition peut être justifiée (limite de sécantes). Interprétation cinématique. ⇆ I : méthode de Newton.
Dérivabilité à droite et à gauche en a.	
Dérivabilité d'une fonction sur un intervalle.	
b) Opérations sur les fonctions dérivables	
Si f et g sont dérivables en a, dérivabilité et dérivée en a de $f+g$, fg et, si $g(a) \neq 0$, de $\frac{f}{g}$.	
Dérivabilité et dérivée en a de $g \circ f$ lorsque f est dérivable en a et g est dérivable en $f(a)$.	
Si f est une fonction continue et strictement monotone (donc bijective) de l'intervalle I sur l'intervalle J et si f est dérivable en a, condition nécessaire et suffisante de dérivabilité de f^{-1} en $f(a)$ et calcul de la dérivée en ce point.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Extension des résultats précédents aux fonctions dérivables sur un intervalle. En particulier, propriétés de la réciproque d'une bijection de classe $\mathscr{C}^1$.	

c) Propriétés des fonctions dérivables

Notion d'extremum local. Condition nécessaire d'extremum local en un point intérieur.	⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §3.
Théorème de Rolle.	Utiliser le théorème de Rolle pour établir l'existence de zéros d'une fonction. Démonstration non exigible.
Égalité des accroissements finis.	Interpréter ce résultat de manière géométrique et cinématique. Démonstration non exigible.
Inégalité des accroissements finis : si une fonction f de $[a,b]$ dans $\mathbb{R}$, continue sur $[a,b]$, dérivable sur $]a,b[$, vérifie pour tout t de $]a,b[$, $\|f'(t)\| \leqslant M$, alors, pour tous x, y de $[a,b]$, on a $\|f(x)-f(y)\| \leqslant M\|x-y\|$.	
Caractérisation des fonctions constantes, croissantes, strictement croissantes, parmi les fonctions dérivables.	Appliquer ces résultats sur des exemples. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §3.

d) Fonctions de classe $\mathscr{C}^k$

Fonction de classe $\mathscr{C}^k$ sur un intervalle I, où k appartient à $\mathbb{N}^* \cup \{\infty\}$,	Ensemble $\mathscr{C}^k(I,\mathbb{R})$.
Opérations : combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composée, réciproque.	Maîtriser le calcul des fonctions dérivées. Les démonstrations relatives à la composition et à la réciproque ne sont pas exigibles. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §3.

Intégration sur un segment

L'objectif de ce chapitre est de consolider, d'approfondir et d'étendre la notion d'intégrale étudiée les années précédentes. La présentation de l'intégrale d'une fonction positive sur un segment s'appuie sur la notion d'aire, mais tout développement théorique sur ce sujet est hors programme. Le cas des fonctions à valeurs réelles est étendu sans difficulté au cas complexe.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Intégrale d'une fonction continue sur un segment	
Intégrale d'une fonction f continue sur un segment $[a, b]$.	Interpréter géométriquement l'intégrale d'une fonction positive (aire sous la courbe). Modéliser une situation physique par une intégration. La construction est hors programme. Notation $\int_a^b f(t)\,dt$. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §3.
Valeur moyenne. Linéarité, positivité et croissance de l'intégrale.	
Inégalité $\left\|\int_a^b f(t)\,dt\right\| \leqslant \int_a^b \|f(t)\|\,dt$.	Majorer et minorer une intégrale.
Relation de Chasles.	Extension de la notation $\int_a^b f(t)\,dt$ au cas où $b \leqslant a$.
Une fonction continue et positive sur $[a, b]$ (où $a < b$) est nulle si et seulement si son intégrale est nulle.	
	⇆ I Approximer une intégrale par la méthode des rectangles ou la méthode des trapèzes.
b) Calcul intégral	
Si f est une fonction continue sur I et si x_0 est un point de cet intervalle, alors $$x \longmapsto \int_{x_0}^x f(t)\,dt$$ est l'unique primitive de f sur I s'annulant en x_0. En particulier, toute fonction continue sur I admet des primitives sur I.	Appliquer ce théorème sur des exemples. Deux primitives d'une fonction continue sur l'intervalle I diffèrent d'une constante.
Calcul d'une intégrale au moyen d'une primitive. Pour f de classe $\mathscr{C}^1$: $$\int_a^b f'(t)\,dt = f(b) - f(a).$$	
Intégration par parties. Changement de variable : si φ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur I et si f est continue sur $\varphi(I)$, alors, pour tous a et b dans I, $$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x)\,dx = \int_a^b f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)\,dt.$$	Appliquer ces techniques au calcul de primitives. Tout excès de technicité est exclu.
Primitives des fonctions usuelles.	Savoir reconnaître des primitives usuelles.

Intégration d'une fonction continue sur un intervalle

L'objectif de ce chapitre est d'étendre la notion d'intégrale à des fonctions continues sur un intervalle quelconque par le biais des intégrales généralisées
L'étude de la semi-convergence des intégrales n'est pas un objectif du programme.
Les fonctions considérées sont continues sur un intervalle de $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$.

a) Intégrale d'une fonction continue sur un intervalle

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
Pour $f : [a, b[\to \mathbb{K}$, $b > a$ ou $b = +\infty$, l'intégrale $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ est dite convergente si la fonction $x \mapsto \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ admet une limite finie quand x tend vers b par valeurs inférieures. Si tel est le cas, on note cette limite $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$.	
Théorèmes de comparaison pour les fonctions à valeurs réelles, continues et de signe constant sur $[a, b[$, sous l'hypothèse $f \leqslant g$ ou $f(t) \underset{\substack{t \to b \\ t<b}}{\sim} g(t)$.	Il suffit de vérifier l'hypothèse $f \leqslant g$ au voisinage de b.
Adaptation aux fonctions définies sur un intervalle $]a, b]$, avec $a < b$ ou $a = -\infty$, puis sur un intervalle $]a, b[$.	
Intégrales de référence : $$\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t,\ \int_0^1 \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t$$	Les étudiants doivent connaître la nature de $\int_0^1 \ln(t)\mathrm{d}t$ et $\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-\alpha t}\mathrm{d}t$ selon le signe de α.
Relation de Chasles.	
Linéarité, positivité, croissance de l'intégrale.	
Inégalité : si $a < b$, $\left\|\int_a^b f\right\| \leqslant \int_a^b \|f\|$.	
Une fonction continue sur l'intervalle $]a, b[$ est identiquement nulle sur $]a, b[$ si et seulement si $\int_a^b \|f(t)\|\mathrm{d}t = 0$.	
Théorème de changement de variable : étant données une fonction f continue sur $]a, b[$ et une fonction φ strictement croissante de classe $\mathscr{C}^1$ sur $]\alpha, \beta[$, les intégrales $\int_a^b f(t)\mathrm{d}t$ et $\int_\alpha^\beta f(\varphi(u))\,\varphi'(u)\mathrm{d}u$ avec $a = \lim\limits_{t \to \alpha} \varphi(u)$ et $b = \lim\limits_{t \to \beta} \varphi(u)$ sont de même nature et égales en cas de convergence.	Adaptation au cas où φ est strictement décroissante.

b) Intégrale absolument convergente

On dit qu'une fonction f continue par morceaux sur I a une intégrale absolument convergente si l'intégrale de la fonction $\|f\| : t \mapsto \|f(t)\|$ est convergente.	L'étude de la semi-convergence n'est pas au programme.
Une intégrale absolument convergente est convergente.	Résultat admis.

Développements limités

L'objectif est la maîtrise du calcul de développements limités simples. Le calcul de développements limités à un ordre élevé n'est pas un objectif du programme ; il relève des outils logiciels.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités	
Si f est définie sur l'intervalle I et si a est un point de I ou une extrémité de I, développement limité d'ordre n de f au voisinage de a.	Interpréter un développement limité comme approximation d'une fonction. Ramener un développement limité en 0 par translation. Adaptation au cas où f est définie sur $I \setminus \{a\}$.
Unicité, troncature.	Développement limité en 0 d'une fonction paire ou impaire.
Forme normalisée d'un développement limité : $$f(a+h) \underset{h\to 0}{=} h^p\left(a_p + a_{p+1}h + \cdots + a_n h^{n-p} + o\left(h^{n-p}\right)\right)$$ où a_p est le premier coefficient non nul. Équivalence $f(a+h) \underset{h\to 0}{\sim} a_p h^p$.	Étudier le signe d'une fonction au voisinage d'un point à l'aide d'un développement limité.
Opérations sur les développements limités : combinaison linéaire, produit.	Exploiter la forme normalisée pour prévoir l'ordre d'un développement limité.
Composition, application au quotient.	Déterminer sur des exemples simples le développement limité d'une fonction composée. Aucun résultat général sur ce point n'est exigible. La division selon les puissances croissantes est hors programme.
Intégration terme à terme d'un développement limité.	
Formule de Taylor-Young : développement limité à l'ordre n en un point a de I d'une application de classe $\mathscr{C}^n$ sur I.	Démonstration non exigible Aucune autre formule dite de Taylor n'est exigible. Calculer le développement limité d'une application de classe $\mathscr{C}^n$ à partir de ses dérivées successives. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §3.
Développements limités usuels.	Exploiter les développements limités usuels dans le cadre de calculs de développements limités simples. Exploiter des outils logiciels pour des développements limités plus complexes. Les étudiants doivent connaître les développements limités à tout ordre en 0 de $x \mapsto \dfrac{1}{1-x}$, exp, sin, cos, ch, sh, $x \mapsto (1+x)^\alpha$, $x \mapsto \ln(1+x)$, ainsi que celui de tan à l'ordre 3.
b) Applications des développements limités	
Aucune théorie n'est attendue dans ce paragraphe. On illustrera seulement les différents cas de figure.	
Calcul de limites.	Utiliser les développements limités pour lever une forme indéterminée. ⇆ *Outils mathématiques pour la physique-chimie et les sciences industrielles de l'ingénieur* §3.
Étude locale d'une fonction.	Déterminer un prolongement par continuité, la dérivabilité en un point, la nature d'un extremum, une tangente et sa position relative locale par rapport à la courbe, grâce à un développement limité. Déterminer les éventuelles asymptotes et leurs positions relatives locales. Aucun résultat général n'est exigible.

Fonctions vectorielles et courbes paramétrées

Ce chapitre fournit l'occasion de revoir une partie des notions d'analyse abordées auparavant. L'étude des fonctions vectorielles en dimension inférieure ou égale à trois permet de présenter des résultats utiles dans les autres disciplines scientifiques et introduit le paragraphe sur les courbes paramétrées. Dans ce cadre, le but est de tracer des courbes sans support logiciel quand les calculs se prêtent à un tracé rapide. Pour des calculs dont la gestion relève d'une technicité excessive, on utilise un outil informatique qui permet en plus de mettre en évidence des problèmes d'échelle et de restriction d'intervalle. L'étude des courbes définies par une équation polaire est hors programme.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$	
Continuité et dérivabilité (éventuellement à gauche ou à droite) en un point ou sur un intervalle.	Ces notions sont définies à l'aide des fonctions coordonnées. Les étudiants doivent savoir interpréter géométriquement et cinématiquement la notion de dérivée en un point. ⇆ PC/SI : cinématique.
Dérivée d'une somme de deux fonctions vectorielles, du produit d'une fonction à valeurs réelles et d'une fonction à valeurs vectorielles.	
Dans l'espace euclidien $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$ (éventuellement orienté), dérivation d'un produit scalaire et d'un produit vectoriel.	
b) Courbes paramétrées	
Rappels sur les graphes de fonctions réelles d'une variable réelle, tangente à un tel graphe.	
Courbe paramétrée. Tangente en un point.	La tangente en un point est définie comme la limite des sécantes.
Branches infinies : droites asymptotes à une courbe, branches paraboliques.	
Exemples de constructions d'arcs plans.	Les étudiants doivent savoir exploiter les propriétés des fonctions (parité, périodicité) afin de restreindre l'ensemble d'étude. ⇆ I : tracé de courbes paramétrées.
Caractérisation de la tangente à partir du premier vecteur dérivé non nul. Cas particulier d'un point régulier.	L'étude locale en un point où tous les vecteurs dérivés successifs sont nuls est hors programme. Interprétation cinématique.
Longueur d'un arc paramétré régulier de classe $\mathscr{C}^1$.	L'abscisse curviligne est hors programme.

Séries numériques

L'étude des séries prolonge celle des suites et prépare celle des séries entières et des séries de Fourier. Elle permet de mettre en œuvre l'analyse asymptotique et de mieux appréhender la notion de nombre réel à travers celle de développement décimal. L'objectif majeur est la maîtrise de la convergence absolue.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Généralités	
Série à termes réels ou complexes ; sommes partielles ; convergence ou divergence ; en cas de convergence, somme et restes.	La série est notée $\sum u_n$. En cas de convergence, sa somme est notée $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} u_n$.
Linéarité de la somme.	
Le terme général d'une série convergente tend vers 0.	Les étudiants doivent savoir prouver qu'une série diverge grossièrement en étudiant la limite du terme général.
Séries géométriques : sommes partielles, condition nécessaire et suffisante de convergence, valeur de la somme en cas de convergence.	
Une suite (u_n) converge si et seulement si la série $\sum(u_{n+1} - u_n)$ converge.	
b) Séries à termes positifs	
Une série à termes positifs converge si et seulement si la suite de ses sommes partielles est majorée.	
Si (u_n) et (v_n) sont positives et si, pour tout n, $u_n \leqslant v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ implique celle de $\sum u_n$, et $$\sum_{n=0}^{+\infty} u_n \leqslant \sum_{n=0}^{+\infty} v_n$$	
Si (u_n) et (v_n) sont positives et si $u_n \sim v_n$, alors la convergence de $\sum v_n$ est équivalente à celle de $\sum u_n$.	
Comparaison à une série géométrique, règle de d'Alembert.	Toute autre règle de comparaison est hors programme.
Théorème de comparaison séries-intégrales : si $f : [n_0, +\infty[\to \mathbb{R}$ est une fonction continue, positive et décroissante, alors la série $\sum f(n)$ et l'intégrale $\displaystyle\int_{n_0}^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$ sont de même nature.	Sur des exemples simples, application à l'étude asymptotique de sommes partielles ou de restes.
Séries de Riemann.	Les étudiants doivent savoir comparer une série à termes positifs à une série de Riemann.
c) Séries absolument convergentes	
Convergence absolue d'une série à termes réels ou complexes.	
La convergence absolue implique la convergence.	Démonstration non exigible. La notion de semi-convergence est hors programme.
Inégalité triangulaire.	
d) Séries alternées	
Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît et tend vers zéro.	

Séries entières

Les séries entières considérées sont à coefficients réels ou complexes. La variable est réelle ou complexe. Les objectifs de ce chapitre sont les suivants :

— *étudier la convergence d'une série entière de variable complexe et mettre en évidence la notion de rayon de convergence ;*
— *étudier les propriétés de sa somme en se limitant au cas d'une variable réelle ;*
— *établir les développements en série entière des fonctions usuelles.*

La théorie des séries entières sera appliquée à la recherche de solutions d'équations différentielles linéaires.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Convergence d'une série entière	
Série entière d'une variable réelle ou complexe.	
Lemme d'Abel : étant donné un nombre réel $r > 0$, tel que la suite $(a_n r^n)_{n\in\mathbb{N}}$ soit bornée, alors, pour tout nombre complexe z tel que $\|z\| < r$, la série $\sum a_n z^n$ est absolument convergente.	
Rayon de convergence défini comme borne supérieure dans $\overline{\mathbb{R}}$ de l'ensemble des réels $r \geqslant 0$ tels que la suite $(a_n r^n)_{n\in\mathbb{N}}$ est bornée.	Si le rayon de convergence R est un réel strictement positif, alors pour $\|z\| < R$, la série $\sum a_n z^n$ converge absolument, et pour $\|z\| > R$, la série $\sum a_n z^n$ diverge grossièrement.
Disque ouvert de convergence, intervalle ouvert de convergence.	Toute étude systématique de la convergence sur le cercle de convergence est exclue. Les étudiants doivent savoir déterminer le rayon de convergence d'une série entière dont l'absolue convergence peut être étudiée avec les règles sur les séries de terme général positif. La règle de d'Alembert relative aux séries entières est hors programme.
Les séries $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^{n-1}$ ont même rayon de convergence.	Démonstration non exigible.
b) Somme d'une série entière d'une variable réelle	
Fonction somme, domaine de définition.	
La fonction somme est continue sur l'intervalle ouvert de convergence.	Démonstration hors programme. On admet de plus que si le rayon de convergence R est un réel strictement positif, et si $\sum a_n x^n$ converge pour $x = R$ (resp. $x = -R$), la somme est continue sur l'intervalle $[0, R]$ (resp. $[-R, 0]$).
La fonction somme est de classe $\mathscr{C}^\infty$ sur l'intervalle ouvert de convergence. Dérivation terme à terme.	Démonstration hors programme.
Intégration terme à terme sur un segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence.	Démonstration hors programme.
c) Fonctions développables en série entière	
Fonction développable en série entière au voisinage de 0.	Lien avec la série de Taylor.
Unicité du développement en série entière.	
Développements en série entière usuels.	$\frac{1}{1-x}$; $\ln(1+x)$; e^x ; $(1+x)^\alpha$; $\mathrm{ch}(x)$; $\mathrm{sh}(x)$; $\cos(x)$; $\sin(x)$. Les étudiants doivent savoir utiliser l'unicité de la solution d'un problème de Cauchy pour déterminer un développement en série entière.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
d) Exponentielle complexe	
Expression admise pour un nombre complexe z de $\exp(z)$ (ou e^z) comme somme de la série entière $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}$.	

Séries de Fourier

L'étude des séries de Fourier est présentée dans le cadre des fonctions T-périodiques, continues par morceaux et à valeurs dans $\mathbb{R}$. Ce chapitre développe des compétences de calcul à travers celui des coefficients de Fourier et l'application du théorème de Parseval. Ce chapitre est aussi particulièrement favorable aux interactions entre les disciplines.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Complément sur les fonctions définies par morceaux	
Une fonction définie sur un segment $[a,b]$ à valeurs dans $\mathbb{R}$ est dite continue par morceaux (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux) sur $[a,b]$ s'il existe une subdivision $a_0 = a < a_1 < \cdots < a_n = b$ telle que la restriction de f à chaque intervalle $]a_i, a_{i+1}[$ soit prolongeable comme fonction continue (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$) sur $[a_i, a_{i+1}]$.	
Une fonction T-périodique est dite continue par morceaux (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux) si elle est continue par morceaux (respectivement de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux) sur une période.	Interprétation graphique. ⇆ PC/SI : signaux physiques ; dualité temps-fréquence.
Espace vectoriel des fonctions à valeurs réelles, T-périodiques et continues par morceaux sur $\mathbb{R}$.	
Intégrale sur une période d'une fonction T-périodique et continue par morceaux.	Extension rapide de la définition et des propriétés de l'intégrale au cas des fonctions continues par morceaux.
b) Coefficients et séries de Fourier	
Coefficients de Fourier trigonométriques d'une fonction f.	Notation $a_k(f)$ et $b_k(f)$ ou, plus simplement, a_k et b_k. Le coefficient a_0 est défini comme la valeur moyenne sur une période. Dans certains cas, on peut simplifier les calculs en définissant pour $n \in \mathbb{N}^*$: $c_n(f) = \frac{1}{2}(a_n(f) - \mathrm{i}b_n(f))$ $c_{-n}(f) = \frac{1}{2}(a_n(f) + \mathrm{i}b_n(f))$ et $c_0(f) = a_0(f)$, mais aucune formule relative à la forme exponentielle des coefficients de Fourier n'est exigible.
Cas des fonctions paires, impaires. Sommes partielles de Fourier d'une fonction f définies, pour $n \in \mathbb{N}^*$, par : $S_n(f)(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{n} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t))$ où $\omega = \frac{2\pi}{T}$.	

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
c) Théorèmes de convergence	
Théorème de Parseval : si f est une fonction T-périodique et continue par morceaux sur $\mathbb{R}$, les séries $\sum a_n^2$ et $\sum b_n^2$ convergent et : $$\frac{1}{T}\int_0^T \lvert f(t)\rvert^2 \mathrm{d}t = a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n^2 + b_n^2)$$	Démonstration hors programme. Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques. ⇆ PC/SI : puissance, valeur efficace, taux de distorsion.
Théorème de Dirichlet : si f est une fonction T-périodique et de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux sur $\mathbb{R}$, alors la série de Fourier de f converge en tout point et $$\lim_{n\to+\infty} S_n(f)(t) = \frac{1}{2}\lim_{h\to 0}\big(f(t+h)+f(t-h)\big)$$	Démonstration hors programme. On appelle régularisée de f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $t \mapsto \frac{1}{2}\lim_{h\to 0}\big(f(t+h)+f(t-h)\big)$. ⇆ I : tracé de sommes partielles de Fourier d'une fonction.
Cas où f est continue et de classe $\mathscr{C}^1$ par morceaux.	Les étudiants doivent savoir appliquer ce résultat pour calculer la somme de certaines séries numériques. ⇆ PC/SI : décomposition en harmoniques. ⇆ PC : ondes thermiques stationnaires.

Équations différentielles

L'accent est mis sur les techniques de résolution des équations scalaires d'ordre 2 et des systèmes linéaires à coefficients constants, en raison de leur importance dans d'autres champs disciplinaires.

CONTENUS	CAPACITÉS & COMMENTAIRES
a) Équations différentielles scalaires d'ordre 2	
Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme. ⇆ I : méthode d'Euler pour la recherche d'une solution approchée d'un problème de Cauchy.
Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène $y'' + a(t)y' + b(t)y = 0$ sur un intervalle où a et b sont des fonctions continues à valeurs réelles ou complexes. Équation avec second membre $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$. Principe de superposition.	Les solutions s'écrivent comme la somme d'une solution particulière de l'équation avec second membre et d'une solution de l'équation homogène. ⇆ PC/SI : étude de systèmes ayant une masse variable dans le temps.
Résolution dans le cas où une solution de l'équation homogène ne s'annulant pas est connue.	Recherche de solutions particulières, notamment développables en série entière.
b) Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants	
Écriture sous la forme $X' = AX$ où A est une matrice réelle ou complexe de taille $n \times n$ à coefficients constants.	⇆ SI : problèmes d'asservissement.
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme.
Structure de l'ensemble des solutions.	Pratique de la résolution dans le cas où la matrice A est diagonalisable ou trigonalisable.
Équivalence entre une équation scalaire d'ordre n et un système de n équations d'ordre 1.	

Contenus	Capacités & Commentaires
Cas particulier des équations différentielles linéaires d'ordre 2 homogènes à coefficients constants.	Lien avec la forme des solutions d'une équation scalaire d'ordre 2.

c) Équations différentielles non linéaires

Exemples d'équations différentielles non linéaires.	Tout exercice d'intégration d'une équation différentielle non linéaire devra comporter l'indication d'une méthode.

Fonctions de plusieurs variables

Les fonctions considérées dans ce chapitre sont définies sur une partie de $\mathbb{R}^n$ et à valeurs dans $\mathbb{R}$. On se limite en pratique au cas $n \leqslant 3$. L'étude des fonctions de plusieurs variables se veut résolument pratique : présentation de recherche d'extremums, résolution d'équations aux dérivées partielles simples, application à l'étude de certaines courbes et surfaces.

Contenus	Capacités & commentaires
a) Introduction à la topologie de $\mathbb{R}^n$ ($n \leqslant 3$)	
Norme et distance euclidienne dans $\mathbb{R}^n$.	Tout développement sur les normes non euclidiennes est hors programme.
Boules. Partie bornée de $\mathbb{R}^n$. Partie ouverte, partie fermée.	La caractérisation séquentielle d'un fermé est hors-programme.
b) Continuité	
Continuité en un point, continuité sur une partie. Opérations. Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée est bornée et atteint ses bornes.	L'étude de la continuité d'une fonction de plusieurs variables n'est pas un attendu du programme.
c) Dérivées partielles, applications de classe $\mathscr{C}^1$ et $\mathscr{C}^2$ sur une partie ouverte	
Dérivées partielles d'ordre 1.	Notations $\partial_i f(a)$, $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}(a)$. La notion de différentielle en un point est hors programme. ⇆ PC : mécanique des fluides. ⇆ PC/SI : notation différentielle $\mathrm{d}f = \dfrac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x + \dfrac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y$.
Gradient.	Notations $\overrightarrow{\nabla} f$ et $\overrightarrow{\mathrm{grad}} f$.
Application de classe $\mathscr{C}^1$. Opérations.	
Développement limité à l'ordre 1 d'une fonction de classe $\mathscr{C}^1$.	Existence admise.
Dérivée de $t \mapsto f(x(t), y(t))$. Dérivées partielles de $(u, v) \mapsto h(f(u, v), g(u, v))$.	Les étudiants doivent connaître le cas particulier des coordonnées polaires et savoir étendre les deux résultats précédents au cas de trois variables.
Dérivées partielles d'ordre 2.	Notations $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$, $\partial_1 \partial_2 f$.
⇆ PC : laplacien. Application de classe $\mathscr{C}^2$. Opérations.	
Théorème de Schwarz.	Démonstration hors programme.

Contenus	Capacités & Commentaires
Développement limité à l'ordre 2 d'une fonction de classe $\mathscr{C}^2$.	La démonstration de cette formule est hors programme.

d) Équations aux dérivées partielles

Exemples de résolution d'équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre.	Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables dans les deux cas suivants : transformation affine, passage en coordonnées polaires. L'expression des solutions en fonction des variables initiales n'est pas un attendu. ⇆ PC : équation de transport, équation de la diffusion thermique, équation de propagation.

e) Extremums d'une fonction de deux variables

Si une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$ admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique.	
Pour une fonction de classe $\mathscr{C}^2$ sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$, étude de l'existence d'un extremum local en un point critique où $rt - s^2 \neq 0$.	Démonstration non exigible. On donnera l'interprétation géométrique de cette étude et on visualisera les surfaces à l'aide d'un logiciel.
Exemples de recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée de $\mathbb{R}^2$.	

f) Applications géométriques

Courbe du plan définie par une équation $f(x, y) = 0$ avec f de classe $\mathscr{C}^1$.	Cas particulier des courbes d'équation $y = g(x)$.
Point régulier.	
Tangente en un point régulier définie comme la droite orthogonale au gradient et passant par le point.	En admettant l'existence d'un paramétrage local de classe $\mathscr{C}^1$, lien avec la tangente à un arc paramétré.
En un point où il est non nul, le gradient de f est orthogonal aux lignes de niveau $f(x, y) = \lambda$ et orienté dans le sens des valeurs croissantes de f.	Démonstration hors programme. ⇆ PC : lignes équipotentielles et lignes de champ. ⇆ I : tracé de lignes de niveau.
Surface définie par une équation $f(x, y, z) = 0$ avec f de classe $\mathscr{C}^1$.	Cas particulier des surfaces d'équation $z = g(x, y)$.
Point régulier.	
Plan tangent à une surface en un point régulier défini comme le plan orthogonal au gradient et passant par le point.	
Position relative locale entre une surface d'équation $z = g(x, y)$ et son plan tangent.	